

平成23年度入学試験問題

数 学

【注 意 事 項】

1. 試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけない。
2. 試験開始の合図があれば、受験番号を
 - a. 問題用紙（この冊子）の表紙
 - b. 答案用紙（別冊子）の表紙、および2枚目の計3か所にある受験番号欄にはっきりと記入しなさい。
3. 問題用紙には、計3問の問題が1～5ページに記載されている。問題の脱落や印刷の汚れに気づいたときは、直ちに監督者に申し出なさい。
4. 解答は、答案用紙の指定された場所に記入しなさい。
5. 問題用紙の空白ページを下書きに利用しなさい。
6. 問題用紙および答案用紙を持ち帰ってはいけない。

受験番号	
------	--

1

次の(1)から(6)までの各問いの () に当てはまる数値, または式を求めよ
(配点 90 点)。

(1) 一辺の長さが a である正四面体 ABCD に外接する球の半径は () である [15 点]。

(2) 6 桁の正の整数が 2 桁の正の整数 a で割り切れる。また, この 6 桁の正の整数の 6 つの数字のうち, 左側にある 3 桁の整数 p と右側にある 3 桁の整数 q の和 $p+q$ も a で割り切れる。このとき, p と a が素数だとすれば, a の値は () である。ただし, n 桁の正の整数 r とは, $10^{n-1} \leq r < 10^n$ を満たす整数だとする [15 点]。

(2 ページへ続く)

1

(続き)

- (3) $a > 1$ として3つの直線 $y = -x - 1$, $y = ax - 2a + 3$, $y = \frac{1}{a}x - \frac{2}{a} + 3$ でつくられる三角形の面積が12であるとき, a の値は () である [15点]。

- (4) $x > 1$, $0 < y \leq \frac{1}{2}$ で $2\log_x y - 3\log_y x - 5 = 0$ の関係があるとき, $3y - 2x^{-1}$ が最大値 m を $x = a$ でとるなら, ma の値は () である [15点]。

(3 ページへ続く)

1

(続き)

- (5) 方程式 $x^2 + \frac{1}{x^2} - 8\left(x + \frac{1}{x}\right) + k = 0$ において、定数 k が不等式 $a < k < b$ を満たす範囲にあれば、この方程式が異なる 4 つの正の解をもつとき、 $b - a$ の値は () である [15 点]。

- (6) $a_1 = 5, b_1 = 8, a_{n+1} = 2a_n - \frac{1}{2}b_n, b_{n+1} = 5a_n - \frac{3}{2}b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められる 2 つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ において $\alpha = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n, \beta = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ とすれば $\alpha + \beta$ の値は () である [15 点]。

(4 ページへ続く)

2

ある病気の人に薬を与えて治療すれば，その人の症状が等しい確率で「改善」，「変化なし」，「悪化」のいずれかに分類される状態になるとき，次の各問いに答えよ [配点 30 点]。

- (1) 薬を 6 人に与えるとき，6 人のうち 3 人ずつが同じ状態（例えば，3 人が「改善」で，3 人が「変化なし」）になる確率を求めよ。
- (2) 薬を n 人に与えるとき，少なくとも $n-3$ 人が同じ状態になる確率を p_n とする。 $n \geq 7$ のとき， p_n を求めよ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p_{n+1}}{p_n}$ の値を求めよ。

(5 ページへ続く)

3

原点を O とする xy 平面上の点 $P(x, y)$ の時刻 t ($0 \leq t \leq \pi$) における位置が

$$\begin{cases} x(t) = \cos 2t - 2 \cos t \\ y(t) = \sin 2t + 2 \sin t \end{cases}$$

で与えられる。 O を始点とする P の位置ベクトルを \vec{p} , 速度ベクトルを \vec{v} とするとき、次の各問いに答えよ [配点 30 点]。

- (1) \vec{p} , \vec{v} のそれぞれの大きさ $|\vec{p}|$, $|\vec{v}|$ を求めよ。
- (2) \vec{p} と \vec{v} が垂直になる、最初の時刻を t_1 , 2 番目を t_2 とするとき、 t_1 , t_2 のそれぞれの値を求めよ。
- (3) 時刻 t_1 , t_2 の間に P が動く道のりは $L = \int_{t_1}^{t_2} |\vec{v}| dt$ となることが知られている。
 L の値を求めよ。

平成23年度 入学試験問題

数 学
答 案 用 紙

【注 意 事 項】

1. 試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始の合図があれば、受験番号を
 - a. 問題用紙 (別冊子) の表紙
 - b. 答案用紙 (この冊子) の表紙, および2枚目の計3か所にある受験番号欄にはつきりと記入してください。
3. 答案用紙は、この表紙を含めて計5枚です。用紙の脱落や印刷の汚れに気づいたときは、直ちに監督者に申し出なさい。
4. 解答を答案用紙の指定された解答欄に記入し、解答を得るまでの過程を答案用紙の指定された計算欄に簡潔に示しなさい。計算欄に記載のない解答は無効です。
5. 答案用紙を切り離してはいけません。
6. 問題用紙のページ番号のない空白ページを下書きに利用しなさい。
7. 問題用紙および答案用紙を持ち帰ってはいけません。

受験番号	
------	--

受験番号

1

(1) 計算欄

(2) 計算欄

平成 23 年度

数学

答案用紙
(1)

解答欄	1-(1)
-----	-------

解答欄	1-(2)
-----	-------

1

(3) 計算欄

(4) 計算欄

解答欄	1-(3)
-----	-------

解答欄	1-(4)
-----	-------

これより右の欄には何も記入してはいけない

1

(5) 計算欄

(6) 計算欄

平成 23 年度
数 学
答案用紙
(2)

解答欄	1-(5)
-----	-------

解答欄	1-(6)
-----	-------

(1), (2) 計算欄 [(2) の解答欄は次ページ]

解答欄	2-(1)
-----	-------

これより右の欄には何も記入してはいけません

(2), (3) 計算欄

平成 23 年度
数 学
答案用紙
(3)

解答欄	2-(2)
-----	-------

解答欄	2-(3)
-----	-------

(1), (2) 計算欄

解答欄	3-(1)
-----	-------

解答欄	3-(2)
-----	-------

これより右の欄には何も記入してはいけない

3

(3) 計算欄

平成 23 年度
数 学
答案用紙
(4)

解答欄	3-(3)
-----	-------

【得点記入欄】 このページには何も記入してはいけません。

1-(1)	1-(2)	1-(3)	
1-(4)	1-(5)	1-(6)	ST1

2-(1)	2-(2)	2-(3)	ST2

3-(1)	3-(2)	3-(3)	ST3

ST1	ST2	ST3	Total	