

基礎学力テスト II (全1の1)

問 1.  $a > 0, a \neq 1$  であるとき,

$$\log_{\sqrt{x}} a = \log_a x^2 \text{ の解を求めなさい。}$$

問 2.  $\sin A + \cos A = \frac{1}{3}$  のとき,  $\tan 2A$  の値を求めなさい。

問 3.  $i$  を虚数単位として, 2 次方程式

$$(1-i)x^2 - (a-7i)x + 2-12i = 0$$

が実数解を持つとき, 実数  $a$  の値はいくらか。

問 4. 等比数列  $\{a_n\}$  の第 2 項  $a_2$ , 第 3 項  $a_3$ , 第 4 項  $a_4$  を係数とする 2 次関数

$$y = a_2 x^2 + a_3 x + a_4$$

のグラフの頂点の座標が  $(1, 12)$  であるとき, この等比数列の初項  $a_1$ , 公比  $d$  を求めなさい。

問 5. 直線  $l: y = ax + b$  と放物線  $m: y = x^2 + cx + d$  が 2 点で交わり, 交点の  $x$  座標が  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) である。直線  $l$  と

放物線  $m$  とで囲まれた部分の面積を  $S_1$  とする。放物線  $m$  の  $x = \alpha$  での接線を  $p$ ,  $x = \beta$  での接線を  $q$  と

して, 放物線  $m$  と 2 つの直線  $p, q$  とで囲まれた部分の面積を  $S_2$  とする。  $S_1/S_2$  を求めなさい。

問 6.  $\triangle ABC$  において辺  $AB$  を  $l:m$  に内分する点を  $P$ , 辺  $AC$  を  $l:n$  に内分する点を  $Q$  とする。ただし,

$m > n$  とする。また,  $\vec{AB} = \vec{b}$ ,  $\vec{AC} = \vec{c}$ , 直線  $PQ$  と辺  $BC$  の延長線との交点を  $R$  とする。

(a)  $\vec{AR}$  を  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $m$ ,  $n$  を用いて表しなさい。

(b)  $\triangle RQC$  の面積は  $\triangle ABC$  の面積の何倍であるか。

問 7.  $\tan 18^\circ$  の値を求めなさい。

問 8.  $n$  が 3 以上の奇数であるとき,  $n^5 - n$  は 240 で割り切れることを証明しなさい。

問 9.  $11^{11}$  を 1000 で割ったときの余りを求めなさい。

問 10.  $a^3 - b^3 = 335$  を満たす整数の組  $(a, b)$  を 2 つ求めなさい。