久留米大学

医　学　科

（一　般　入　試）

久留米大学

数　　　学　（全1の1）

次の $\boxed{}$ に適切な解を入れよ。複数の解がある場合は，コンマで区切ってすべての解を記入すること。

1. $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 4 & 3\end{pmatrix}$，$E=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$，$P=A+E$とする。このとき，$A^2+A=\boxed{①}P$，$A^{n+1}+A^n=\boxed{②}P$となる。また，$Q=A-6E$とすると$A^n$は$n$，$P$，$Q$を用いて，$A^n=\boxed{③}$と表すことができる。ただし，$n$は正の整数とする。

2. xy平面上において，原点を通り傾きが正の直線をℓとする。直線ℓ上のy座標が1の点に，x軸の正の方向からx軸に平行な光線を入射したとき，光線は直線ℓとx軸で次々と反射を繰り返し，n回目に反射した後，入射した経路を逆に進んだとする。このときの直線ℓとx軸とのなす角をθとする。直線ℓでの最初の反射を1回目，反射した点をP_1とし，その後光線が反射した点をP_2，P_3，$\cdots\mathrm{P}_n$とする。また，$0° < \theta < 90°$とする。
(i) $\theta=30°$のときのP_nの座標は $\boxed{④}$ である。
(ii) θのうち，その値が整数となるものは全部で $\boxed{⑤}$ 個ある。
(iii) P_1からP_nまでの光の経路の長さは $\boxed{⑥}$ である。

3. 3つの直線$\ell: ax-y=0$，$m: x-2y-2=0$，$n: x+y-5=0$があり，直線ℓと直線mの交点をA，直線ℓと直線nの交点をB，直線mと直線nの交点をCとし，3点A，B，Cのすべてを通る円をDとする。ただし，aは実数で$a>\dfrac{1}{2}$とする。
(i) 問題については，削除しています。
(ii) 三角形△ABCの面積が$\dfrac{15}{2}$，かつ∠Aが鋭角であるとき，$a=\boxed{⑧}$であり，円Dの方程式は $\boxed{⑨}$ となる。

4. 2つの曲線$y=6\sin x$と$y=4-2\cos 2x$は$x=\boxed{⑩}$で共通点を持つ。また，この2つの曲線で囲まれた部分の面積は $\boxed{⑪}$ である。ただし，$0\leqq x\leqq \pi$とする。

5. 半径1の円に内接する正n角形を$N_1{}^{(n)}$，$N_1{}^{(n)}$に内接する円を$C_1{}^{(n)}$とし，さらに$C_1{}^{(n)}$に内接する正n角形を$N_2{}^{(n)}$，$N_2{}^{(n)}$に内接する円を$C_2{}^{(n)}$とする。同様にして$N_3{}^{(n)}$，$C_3{}^{(n)}$，$N_4{}^{(n)}$，$C_4{}^{(n)}$，…，$N_k{}^{(n)}$，$C_k{}^{(n)}$を定義する。このとき，円$C_k{}^{(n)}$の半径$R_k{}^{(n)}$と正n角形$N_k{}^{(n)}$の面積$S_k{}^{(n)}$は，それぞれnとkを用いて$R_k{}^{(n)}=\boxed{⑫}$，$S_k{}^{(n)}=\boxed{⑬}$と表すことができる。また，$S_m=\sum_{k=1}^{m}S_k{}^{(n)}$とおいたとき，$\lim_{m\to\infty}S_m=\boxed{⑭}$である。ここで，$n$，$k$は正の整数とする。

6. 点$(p,\ 0)$を通り，楕円$4x^2+y^2=4$に接する直線の方程式は$y=\boxed{⑮}$および$y=\boxed{⑯}$で，接点のx座標は$x=\boxed{⑰}$である。また，$p=\boxed{⑱}$のとき，2つの接線は直交する。ここで，pは実数で$p>2$とする。

7. 次の計算をしなさい。

$$\int_0^1 \log(\sqrt{x}+1)\,dx=\boxed{⑲}，\int_0^1\left\{\sqrt{2x-x^2}+\sin\left(x-\frac{1}{2}\right)\right\}dx=\boxed{⑳}$$