22 B

数　　学

［注意事項］

1. 監督者の指示があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 問 Ⅰ，Ⅱ の解答はマークシートにマークし，問 Ⅲ の解答は専用の解答用紙に書くこと。
3. マークシート解答用紙は，コンピュータで処理するので，折り曲げたり汚したりしないこと。
4. マークシートに，氏名・受験番号を記入し，受験番号をマークする。マークがない場合や誤って記入した場合の答案は無効となる。また，問 Ⅲ の解答用紙にも受験番号・氏名を記入する。無記入の場合や受験番号を誤記入した場合はその答案は無効になる。

受験番号のマーク例（13015の場合）

受	験	番	号	
1	3	0	1	5
万位	千位	百位	十位	一位
⓪	⓪	●	⓪	⓪
●	①	①	●	①
②	②	②	②	②
③	●	③	③	③
④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	●
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

5. 問 Ⅰ，Ⅱ において，マークするときは，HBまたはBの黒鉛筆を用いること。誤ってマークした場合には，消しゴムで丁寧に消し，消しくずを完全に取り除いたうえで，新たにマークし直すこと。
6. マークで解答する場合は，下記の例に従い，正しくマークすること。

正しいマーク例

① ② ● ④ ⑤ ⑥

誤ったマーク例

① ② ③ ④ ⑤ ⑥	○をする
① ② ③ ④ ⑤ ⑥	Vをする
① ② ③ ④ ⑤ ⑥	完全にマークしない
① ② ③ ④ ⑤ ⑥	枠からはみだす

7. マークで解答する場合，$\boxed{}$ の中の文字は，それぞれ符号（－）または，数字1文字が対応している。ただし，符号は選択肢に含まれない場合がある。例えば，$\boxed{アイ}$ の形の場合，－9から－1の整数または10から99の整数が入り得る。

例　－2の場合

ア	●	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ		⓪ ① ● ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

32の場合

ア	㊀	⓪ ① ② ● ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ		⓪ ① ● ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

I $\boxed{}$ に適する解答をマークせよ。ただし，それぞれの問題で同じ記号の $\boxed{}$ には同一の値がはいる。

(1) $\displaystyle\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} x^2 - 1\,dx = \boxed{ア}$，$\displaystyle\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (x-1)^2 dx = \boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}}$，$\displaystyle\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (x+1)^2 dx = \boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$ となる。

ある1次関数 $f(x)$ があり

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (x-1)f(x)\,dx = 5\sqrt{3},\quad \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (x+1)f(x)\,dx = 3\sqrt{3}$$

であった。

$f(x) = \dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}(x-1) + \dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}(x+1)$ なので

$f(x) = \dfrac{\boxed{コサ}}{\boxed{シ}} + \boxed{ス}\,x$ である。

(2) 周期4と周期6との2個の三角関数（$a\sin(bx+c)$ の形）の和であらわされる関数 $f(x)$ があり，$f(1)=4$，$f(3)=-\dfrac{5}{2}$，$f'(\dfrac{3}{5})=0$，$f'(3)=0$ であった。この場合，周期4の三角関数は

$\alpha\sin\dfrac{\pi}{\boxed{ア}}x + \beta\cos\dfrac{\pi}{\boxed{ア}}x$ と書ける。このことから

$$f(x) = p\sin\frac{\pi}{\boxed{ア}}x + q\cos\frac{\pi}{\boxed{ア}}x + r\sin\frac{\pi}{\boxed{イ}}x + s\cos\frac{\pi}{\boxed{イ}}x$$

と書け，

$$p = \boxed{ウ},\quad q = \sqrt{\boxed{エ}},$$

$$r = \frac{\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}},\quad s = \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$$

となり

$$f(x) = \boxed{コ}\sin\left(\frac{\pi}{\boxed{ア}}x + \frac{\pi}{\boxed{サ}}\right) + \boxed{シ}\sin\left(\frac{\pi}{\boxed{イ}}x + \frac{\pi}{\boxed{ス}}\right)$$

となる。

(3) 2つのチームA，Bの対戦試合を考える。Aは確率$\frac{1}{3}$で試合に勝ち，Bは確率$\frac{2}{3}$で試合に勝つとして，先に3勝リードした方が優勝するとする。この対戦が3試合で終了しAが優勝する確率は，$\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$である。3試合目でAが1勝リードしている確率は$\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$であり，3試合目でBが1勝リードしている確率は，$\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$である。Aが優勝する確率は$\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$であり，試合数の期待値は$\boxed{コ}$である。

(4) 1から7までの数字が1つずつ書かれた7枚のカードがある。その中から3枚をとり，それを3辺の長さにもつ三角形が存在する場合を考えてみよう。1番大きな数が7，2番目に大きな数が6の場合の数は$\boxed{ア}$通りあり，1番大きな数が7で2番目に大きな数が5の場合は$\boxed{イ}$通りある。一番大きな数が7の場合，$\boxed{ウ}$通りあり，一番大きな数が6の場合，5の場合などを考え，1から7までの7枚のカードから3枚引いて3角形になる場合は$a_7 = \boxed{エオ}$通りある。同様に1からnまで書かれたn枚のカードから3枚引いて3角形になる場合の数をa_nとする。$\frac{a_n}{n^3}$は，nを大きくしていくと$\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キク}}$に収束する。

II 方程式$(2y-11x)(2y-x)=-\dfrac{5}{4}$は，原点に対称な双曲線$C$を与える。

$\boxed{}$に適する解答をマークせよ。

原点を通る傾きαの直線は$\alpha \leqq \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$，$\alpha \geqq \dfrac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オ}}$のとき，双曲線$C$とは共有点を持たない。このことより双曲線$C$の漸近線は，$y=\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}x$，$y=\dfrac{\boxed{クケ}}{\boxed{コ}}x$である。2本の漸近線が作る角の2等分線は，$y=\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}x$，$y=\dfrac{\boxed{スセ}}{\boxed{ソ}}x$であり，この2直線は曲線$C$の対象軸になっていて，1本は双曲線$C$と$\left(\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チツ}}, \dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}\right)$，$\left(\dfrac{\boxed{ナニ}}{\boxed{ヌネ}}, \dfrac{\boxed{ノハ}}{\boxed{ヒ}}\right)$で交わる。また，双曲線$C$と原点の距離の最小値は$\dfrac{\boxed{フ}}{\boxed{ヘ}}$である。

III 次の問いに答えよ。

(1) 有理数の定義を与えよ。

(2) 命題の逆の裏を何というか。

(3) $\sqrt{6}$ の定義を述べよ。

(4) 以下の事実が知られている。

「自然数 a が素数 p の倍数であり，自然数 b，c によって，$a = bc$ とあらわされているならば，b または c の少なくともいずれか一方は p の倍数である。」

この事実をつかって，$\sqrt{6}$ が無理数であることを，背理法を用いて証明せよ。