

関西医科大学

2015 年度入学試験問題(後期)

数 学 (問 題)

注 意

- 1) 数学の問題冊子は4ページあり、問題はⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの4題である。
- 2) 別に解答用紙1枚があり、解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること。
指定欄以外への記入はすべて無効である。
計算や下書きは問題用紙の白紙・空白部分を利用して行うこと。
- 3) 解答用紙の所定欄に受験番号を記入せよ。氏名を記入してはならない。
解答用紙の※印の欄には何も記入してはならない。
- 4) 問題冊子，解答用紙はともに持ち出してはならない。
- 5) 途中退場または試験終了時には，解答が他の受験生の目に触れないよう，解答用紙の上に問題冊子を重ねて，監督者の許可を得た後に退出すること。

I (1)~(6)の の中に、あてはまる数、角度、整式、不等式、記号、語句などを記入せよ。

(1) 以下の式を因数分解せよ。

$$x^4 + 4x^2 - 5 = \text{ア}$$

$$abc + 3ab + bc + 2ca + 6a + 3b + 2c + 6 = \text{イ}$$

(2) ある整数を 30 で割った結果の小数第 1 位を四捨五入すると 30 になる。このような整数のなかで、最大のものは ウ , 最小のものは エ である。

(3) a, b は定数で、 $a < 0$ とする。関数 $y = ax + b$ の定義域は区間 $-1 \leq x \leq 1$ で、値域は区間 $-1 \leq y \leq 4$ であるとき、 $a = \text{オ}$, $b = \text{カ}$ である。

(4) 3 次方程式 $x^3 + ax^2 - 5x + b = 0$ が解 1, -2 をもつとき、
 $a = \text{キ}$, $b = \text{ク}$ であり、残りの解は ケ である。

(5) 等差数列 $a_1 = 10, a_2 = 17, \dots$ の第 n 項は $a_n = \text{コ}$ である。そして、 $100 \leq a_n \leq 200$ を満たす項は サ 個あり、それらの和は シ となる。

(6) 袋の中に、色でしか区別できない赤玉、白玉、青玉、黄玉がそれぞれ 3 個ずつ、合計 12 個入っている。よくかき混ぜてから、袋から 2 個の玉を取り出すときそれらが同じ色である確率は ス であり、袋から 3 個の玉を取り出すときそれらの色がすべて異なる確率は セ である。

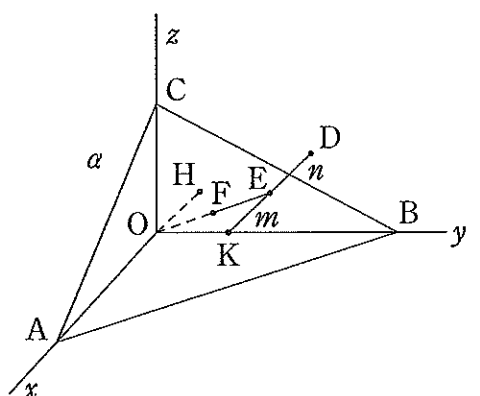
II n は自然数, h は 0 でない実数, p は正数とし, $a_n = (1 + nh)^{-\frac{p}{h}}$ とおく。

(1) $\lim_{h \rightarrow 0} a_n = b_n$ とすると $b_n =$ である。

(2) 無限級数 $b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_n + \cdots$ の和は $S =$ である。

(3) 正数 p の値を限りなく大きくすることを $p \rightarrow +\infty$ と記すことにする。問(2)の S に対して, 極限 $\lim_{p \rightarrow +\infty} c^p \times S$ が収束するような正数 c の値の範囲は である。

- Ⅲ a, b, c は $a = b = c$ を満たさない正の定数とし、定数 m, n もともに正とする。 O を原点とする座標空間において、3点 $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$, $C(0, 0, c)$ の定める平面を α とすると、 α 上の任意の点 P の位置ベクトルは、 $u + v + w = 1$ を満たす実数 u, v, w によって $\overrightarrow{OP} = u \times \overrightarrow{OA} + v \times \overrightarrow{OB} + w \times \overrightarrow{OC}$ と表せる。以下、括弧ツ～二には式または数を、括弧ヌには比を記入せよ。



- (1) 原点 O から平面 α に下ろした垂線の足を H とすると、

$$\overrightarrow{OH} = \boxed{\text{ツ}} \times \overrightarrow{OA} + \boxed{\text{テ}} \times \overrightarrow{OB} + \boxed{\text{ト}} \times \overrightarrow{OC}$$

が成り立つ。

- (2) 点 $D(a, b, c)$ から平面 α に下ろした垂線の足を K とし、線分 KD を $m:n$ に内分する点を E とすると、

$$\overrightarrow{DE} = \boxed{\text{ナ}} \times \overrightarrow{OH}$$

が成り立つ。

- (3) 直線 OE と平面 α との交点を F とすると、 $\overrightarrow{OF} = \boxed{\text{ニ}} \times \overrightarrow{OE}$ となり、
 $FH : FK = \boxed{\text{ヌ}}$ が成り立つ。

Ⅳ 座標平面上において、放物線 $C: y = x^2$ 上の相異なる 2 点 A, および B における, C の接線が点 $P(a, b)$ で交わっているとする。

(1) $\triangle PAB$ の面積 S を a, b を用いて表すと, である。

(2) 点 P と直線 AB との距離 L を a, b を用いて表すと, である。

(3) 点 P が放物線 $y = -x^2 + 3x - \frac{9}{4}$ 上を動くとき, 問(2)の L は

$a =$ において最小値 をとる。