

# 関西医科大学 一般

## 2014 年度入学試験問題(前期)

### 数 学 (問 題)

#### 注 意

- 1) 数学の問題冊子は4ページあり，問題はⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの4題である。
- 2) 別に解答用紙1枚があり，解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること。  
指定欄以外への記入はすべて無効である。  
計算や下書きは問題用紙の白紙・空白部分を利用して行うこと。
- 3) 解答用紙の所定欄に受験番号を記入せよ。氏名を記入してはならない。  
解答用紙の※印の欄には何も記入してはならない。
- 4) 問題冊子，解答用紙はともに持ち出してはならない。
- 5) 途中退場または試験終了時には，解答が他の受験生の目に触れないよう，解答用紙の上に問題冊子を重ねて，監督者の許可を得た後に退出すること。

I (1)~(6)の  の中に、あてはまる数、角度、整式、不等式、記号、語句などを記入せよ。

(1) 次の式を因数分解せよ。

$$x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = \text{ア},$$

$$(x + y + z)(xy + yz + zx) - xyz = \text{イ}$$

(2) 9 人の人を、2 人・3 人・4 人の 3 つの組に分ける方法は  通りあり、2 人・2 人・2 人・3 人の 4 つの組に分ける方法は  通りある。

(3)  $a$  は実数として、 $x$  の 2 次関数  $g(x) = x^2 - 2ax + a^2 + a - 3$  を考える。すべての  $x$  に対して  $g(x) > 0$  が成り立つような  $a$  の値の範囲は  である。また、区間  $-1 \leq x \leq 1$  において  $g(x) \geq 0$  が成り立つような  $a$  の値の範囲は  である。

(4) 次の各命題が、正しいければ指定の括弧に○を記入し、正しくなければ×を記入せよ。

鈍角三角形の外心は三角形の外部に存在する⇒

外心と内心とが一致する三角形は正三角形以外にも存在する⇒

有理数と無理数との和は無理数である⇒

有理数と無理数との積は無理数である⇒

(5)  $x > 1$  で定義された関数  $g(x) = \log_3 x + \log_x 81$  は、 $x = \text{サ}$  において最小値  をとる。

(6)  $O$  を原点とする座標空間において、定ベクトル  $\vec{a} (\neq \vec{0})$  に対して、内積  $\vec{a} \cdot \vec{OP}$  の値が 1 に等しくなるような点  $P$  全体がつくる平面を  $\alpha$  とする。 $\alpha$  上の任意の 2 点  $P_1, P_2$  に対して、 $\vec{a} \cdot \vec{P_1P_2} = \text{ス}$  が成り立つので、 $O$  から  $\alpha$  へ下ろした垂線の足を  $H$  とすると、ベクトル  $\vec{OH}$  は  $\vec{a}$  を用いて  と表される。

II  $a, b$  は  $a \neq 1, b > 0$  を満たす定数,  $n$  は自然数を表すものとし, 漸化式  $x_{n+1} = ax_n + b$  で定められる数列  $\{x_n\}$  を考える。

(1)  $x_1 = A$  のときすべての  $n$  について  $x_n = A$  が成り立つような定数  $A$  を求めると,  $A = \boxed{\text{ソ}}$  である。

(2)  $x_1 = 1$  とする。(1)で求めた定数  $A$  を用い,

$$y_n = x_n - A \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定められる数列  $\{y_n\}$  を新たに考えることで, 数列  $\{x_n\}$  の第  $n$  項を  $n$  の式で表すと,  $x_n = \boxed{\text{タ}}$  となる。

(3)  $z_{n+1} = \frac{z_n}{bz_n + \frac{1}{2}}, z_1 = 1$  で定められる数列  $\{z_n\}$  の第  $n$  項を  $n$  の式で表す

と,  $z_n = \boxed{\text{チ}}$  となる。そして,  $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = \boxed{\text{ツ}}$  が成り立つ。

Ⅲ  $n$  は 3 以上の整数とする。箱の中に 1 から  $n$  までの番号が 1 つずつ書かれた  $n$  枚の札がある。A, B, C の 3 人が、この箱から 1 枚ずつ、同時にかつ無作為に札を取り出し、取り出された 3 枚のうち最大の番号が書かれた札を引いた者を勝者とする。 $k$  は  $3 \leq k \leq n$  を満たす整数として、以下の問いに答えよ。

(1) 事象「A が、番号  $k$  の書かれた札を取り出して、かつ勝者となる」が成り立つような、札の取り出し方は全部で  通りあって、この事象が起きる確率は  である。

(2) A, B, C の誰かが、番号  $k$  の書かれた札を取り出して、かつ勝者となる確率は  $p_k =$   である。

(3) 同時に取り出された 3 枚の札に書かれた番号のうち最大番号の期待値は、(2)の  $p_k$  を用いて、 $E = \sum_{k=3}^n k \times p_k$  で与えられる。 $E$  の値を求めると  となる。ここで、公式  $\sum_{m=1}^n m^3 = \frac{1}{4} n^2 (n+1)^2$  を使ってよい。

Ⅳ  $xy$  平面上に、円  $C: x^2 + y^2 = 16$  をとる。点  $A(0, -2)$  と、円  $C$  上の点  $P(4 \cos \theta, 4 \sin \theta)$  とを両端とする線分  $AP$  の垂直二等分線を  $\ell$  とする。

(1)  $\ell$  の方程式を書き下すと、 となる。

(2) 実数  $x, y$  を与えたとき、括弧ヌの式を満たす実数  $\theta$  が存在しないための必要十分条件を、 $x, y$  の式として書き表すと、 となる。

(3) 点  $P$  が円  $C$  上を一周するとき、直線  $\ell$  が通過しない領域の面積は  である。