

平成 25 年度 金沢医科大学医学部入学試験問題
一般入学試験（数 学）

- 1 実数 a, b に対して、直線 $y = ax + 2$ および $y = 6x + b$ をそれぞれ L_1, L_2 とし、放物線 $y = \frac{3}{2}x^2$ を C とする。このとき、 C と L_1 は 2 点で交わり、その 2 点を結ぶ線分の中点を M とする。
 a を変化させたときの M の軌跡を C_1 とすれば、 C_1 を表す方程式は $y = \boxed{\text{ア}}x^2 + \boxed{\text{イ}}$ である。つぎに、 C と L_2 の共有点の x 座標は x の 2 次方程式 $\frac{3}{2}x^2 = 6x + b$ の解であるので、 C と L_2 が共有点を持つのは $b \geq -\boxed{\text{ウ}}$ のときである。特に $b = -\boxed{\text{ウ}}$ のとき、 C と L_2 はただ一つの共有点 $A(\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}})$ を持つ。また、 $b > -\boxed{\text{ウ}}$ のとき、 C と L_2 は 2 点で交わり、その 2 点を結ぶ線分の中点を N とする。ただし、 $b = -\boxed{\text{ウ}}$ のとき N は A であると定める。そのとき、 b を $b \geq -\boxed{\text{ウ}}$ の範囲で変化させたときの N の軌跡を C_2 とすると、 C, C_1, C_2 および y 軸で囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{カ}}$ である。

- 2 O を原点とする座標空間に 2 点 $A(10, 0, 0), B(5, 10, 0)$ がある。三角形 OAB において、辺 OA, AB, OB の中点をそれぞれ P, Q, R とする。このとき、空間の点 $S(a, b, c)$ をとり、四面体 $SPQR$ を $SP = 5, SQ = SR = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ となるように作る。ただし、 $c > 0$ とする。点 O, A, B からそれぞれ 3 辺 PR, PQ, QR に垂線を下ろす。垂線とそれら 3 辺 PR, PQ, QR との交点をそれぞれ E, F, G とすると、これらの点の座標は

$$E(\boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{ク}}, 0), F(\boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{ク}}, 0), G(5, 5, 0)$$

となる。そこで、 $\vec{ES} \cdot \vec{ES} = \vec{FS} \cdot \vec{FS} = \boxed{\text{コサ}}$ および $\vec{GS} \cdot \vec{GS} = 25$ を利用すれば、 a, b, c の値が求まり、 $\vec{ES} \cdot \vec{FS} = \boxed{\text{シス}}$ および $\vec{FS} \cdot \vec{GS} = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{2}$ がわかる。

平成 25 年度 金沢医科大学医学部入学試験問題
一般入学試験（数 学）

- 3 関数 $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 16$ は $x = \boxed{\text{タ}}$ で極大値 $\boxed{\text{チ}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{ツ}}$ で極小値 $\boxed{\text{テ}}$ をとる。また、この関数のグラフと x 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\frac{\boxed{\text{トナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}} \pi$ となる。

- 4 実数 x が $4^x - 2^{-x} = 2$ を満たしている。このとき、 $2^x - 2^{-x} = \boxed{\text{ノ}}$ および $2^x + 2^{-x} = \sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$ となるので、 $4^x + 4^{-x} = \boxed{\text{ヒ}}$ を得る。また、 $2^x - 4^{-x} = \sqrt{\boxed{\text{フ}}} - \boxed{\text{ヘ}}$ である。

- 5 中心を O とする半径 1 の円に内接する三角形 ABC がある。点 B, C は定点で辺 BC の長さは $\sqrt{3}$ であり、点 A が弧 BC 上を $\angle BAC$ が鋭角になるように動くものとする。このとき、 $\angle ABC = \theta$ とし、三角形 ABC の面積を S とする。すると、 $\angle OBC = \frac{\pi}{\boxed{\text{ホ}}}$ がわかる。また、 θ の取り得る値の範囲は $0 < \theta < \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}} \pi$ である。そして、 $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 S は θ により

$$S = \frac{\sqrt{3}}{\boxed{\text{ム}}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \left(\boxed{\text{メ}} \theta - \frac{\pi}{\boxed{\text{モ}}} \right)$$

と表される。