平成 24 年度 金沢医科大学医学部入学試験問題
一般入学試験（ 数 学 ）

$\boxed{1}$ 原点Oを中心とする半径が $2\sqrt{2}$ の円Sと点 $O'(2, -2)$ を中心とする半径が $2\sqrt{6}$ の円Tがある。この二つの円の交点を，x 座標が小さいほうから順に A，B とおく。このとき，三角形 OO′B において $\angle OO'B = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\pi$ である。また，三角形 AO′B において $\angle AO'B = \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\pi$，三角形 AOB において $\angle AOB = \dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}\pi$ である。したがって，円Sの内側と円Tの外側との共通部分の面積は $\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}} - \dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\pi$ となる。

$\boxed{2}$ 二つの定数 a, b に対して，x の関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ を考える。ただし，$a \neq 0,\ -\dfrac{3}{2}$ である。この関数 $f(x)$ は $x = 0$，$x = -\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}a$ のとき，それぞれ極値 b，$\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セソ}}a^3 + b$ をとる。
また，二つの点 $(0, b)$，$\left(-\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}a,\ \dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セソ}}a^3 + b\right)$ を通る直線が $y = f(x)$ のグラフと点 $(1, 0)$ で交わっているとき，$a = -\boxed{タ}$，$b = \boxed{チ}$ となる。

$\boxed{3}$ $f(x) = \displaystyle\int_0^x (1 + 2\cos 5t)^2\,dt$ とするとき，$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x} = \boxed{ツ}$ であり，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x} = \boxed{テ}$ である。

4　$x = \dfrac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$ に対して, x^2 と x^3 を x で表すと,

$$x^2 = \boxed{ト}\,x - \boxed{ナ}, \qquad x^3 = \boxed{ニヌ}\,x - \boxed{ネ}$$

となる。

いま, 二つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ を $a_1 = 1$, $b_1 = 0$ および $n \geqq 2$ に対して, $x^n = a_n x - b_n$ で決める。このとき, $n \geqq 1$ に対して,

$$a_{n+1} = \boxed{ノ}\,a_n - b_n, \qquad b_{n+1} - a_n = \boxed{ハ}$$

である。

5　整数 x, y, z が次の三つの等式を満たしているとする。

$$\begin{cases} x + y + 2|z - x| = 13 & \cdots\cdots ① \\ x + 2|y - z| + z = 20 & \cdots\cdots ② \\ 2|x - y| + y + z = 19 & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

まず, ① より x, y, z がすべて等しいことはない。つぎに, $y = z$ であるとすると, ② から ① を引いて $-2|z - x| = \boxed{ヒ}$ となるので, $y \neq z$ であることがわかる。同様に, $x = y$ とすると, ② から ③ を引いて $2|y - z| = \boxed{フ}$ となるので, $x \neq y$ であることがわかる。また, $x \neq z$ であることもわかる。そこで, x, y, z の大小関係を, たとえば $x > y > z$ のように表わすと, その仕方は全部で $\boxed{ヘ}$ 通りある。その各々の場合を調べると, 結局上の三つの等式を満たす整数の組み (x, y, z) は 2 組あり, $\left(\boxed{ホ},\ -2,\ \boxed{マ}\right)$ と $\left(-\boxed{ミ},\ \boxed{ム},\ -\boxed{メモ}\right)$ である。