

(推薦) 平成31年度入学試験 数 学 (問題用紙)

◎問題は3問です。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1 四角形 ABCD において、 $AB = BC = CD = 1$ 、 $AD > 1$ 、 $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 、 $\angle DAB = \frac{5}{12}\pi$ とする。

(1) $AD =$ である。

(2) 辺 AD の延長と辺 BC の延長の交点を E とすると、 $CE =$ である。

(3) $\angle BCD =$ である。

(4) 四角形 ABCD の面積は である。

2 多項式 $f(x)$ に対し、 $S[f(x)] = \int_0^1 \{f(x)\}^2 dx$ とおく。

(1) $S[1 + ax]$ を最小にするような a の値 a_0 を求めよ。また、そのときの最小値 $S[1 + a_0x]$ を求めよ。

(2) (1) で求めた a_0 に対し、 $S[1 + a_0x + bx^2]$ を最小にするような b の値 b_0 を求めよ。また、そのときの最小値 $S[1 + a_0x + b_0x^2]$ を求めよ。

(3) $S[1 + Ax + Bx^2]$ を最小にする A, B の値の組を $(A, B) = (A_0, B_0)$ とする。 A_0, B_0 の値を求めよ。また、そのときの最小値 $S[1 + A_0x + B_0x^2]$ を求めよ。

3 数列 $\{a_n\}$ の一般項を $a_n = \frac{n^3}{2^n}$ とする。また、数列 $\{b_n\}$ を $b_1 = a_1$ および $b_n = \frac{a_n}{a_{n-1}}$ ($n \geq 2$) によって定める。必要なら $\log_{10} 2 = 0.30103$ 、 $\log_{10} 3 = 0.47712$ 、 $\log_{10} 7 = 0.84510$ を用いよ。

(1) $n \geq 2$ に対し $0 < b_{n+1} < b_n$ であることを示せ。

(2) a_n が最大となるような自然数 n を M とおく。 M を求めよ。

(3) $a_M b_{M+1}^{n-M} < 10^{-3}$ を満たす最小の自然数 n を N とおく。 N を求めよ。