

(推薦) 平成29年度入学試験 数学

1 (問題文の枠内にあてはまる数値や式を, 下欄に記入すること。)

(1)	ア	$\frac{1}{6}$	イ	$\frac{3}{4}$	ウ	$\frac{17}{36}$
(2)	エ	$\frac{1}{36}$				
(3)	オ	$\frac{5}{9}$	カ	$\frac{153}{6}\sqrt{153}$	キ	$\frac{1}{6}$

2 (答を下欄に記入すること。)

(1) $\sum_{k=1}^7 r_k =$

(2) $r_{2017} =$

(3) 余りは

(4) 一般項 $a_n =$

3 (最後の答だけでなく, 答の導き方も書くこと。)

(1) $x \geq 4$ のとき, $y = (x-1)(x-4) - 1$

$$y = x^2 - 5x + 3 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{13}{4}$$

$x \leq 4$ のとき, $y = -(x-1)(x-4) - 1$

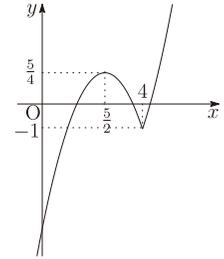
$$y = -x^2 + 5x - 5 = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$$

C のグラフは右図のようになる。

C と l_1 が異なる 3 個の共有点をもつ

ような k の値の範囲は, グラフより

$$\therefore -1 < k < \frac{5}{4}$$



(2) $l_2: y = a(x+1)$ より, 直線 l_2 は a の値に関わらず $(-1, 0)$ を通る直線である。

l_2 と $y = -x^2 + 5x - 5$ が $1 \leq x \leq 4$ で

接するときの a の値を求めると,

$$ax + a = -x^2 + 5x - 5$$

$$x^2 + (a-5)x + a+5 = 0 \dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ の判別式を D とおくと,

$$D = (a-5)^2 - 4(a+5) = 0$$

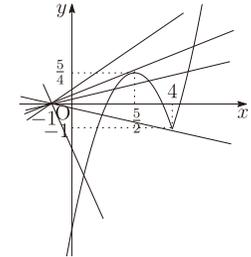
$$a = 7 \pm 2\sqrt{11}$$

$y = ax + a$ が $(4, -1)$ を通るとき,

$$-1 = a(4+1) \text{ より, } a = -\frac{1}{5}$$

C と l_2 が異なる 3 個の共有点をもつような a の値の範囲は, グラフより

$$\therefore -\frac{1}{5} < a < 7 - 2\sqrt{11}, 7 + 2\sqrt{11} < a$$



(3) P, Q の x 座標を $p, 2p$ ($p > 0$) とおく。 $p, 2p$ は (2) の $\textcircled{1}$ の解なので,

解と係数の関係より, $-(a-5) = 3p \dots \textcircled{2}, a+5 = 2p^2 \dots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ から a を消去すると, $2p^2 + 3p - 10 = 0 \dots \textcircled{4}$

$\textcircled{2}$ から, $a = 5 - 3p$ であり, $p > 0$ かつ (2) より, $\frac{2\sqrt{11}-2}{3} < p < \frac{26}{15} \dots \textcircled{5}$

$\textcircled{4}$ の解は, $p > 0$ より, $p = \frac{-3 + \sqrt{89}}{4}$

$$f(p) = 2p^2 + 3p - 10 \text{ とおくと, } f\left(\frac{2\sqrt{11}-2}{3}\right) = \frac{2(\sqrt{11}-6)}{9} < 0$$

$\frac{5}{3} < \frac{26}{15}$ より, $f\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{5}{9} > 0$ であるので, $p = \frac{-3 + \sqrt{89}}{4}$ は $\textcircled{5}$ を満たす。

このとき, $a = (-3) \times \frac{-3 + \sqrt{89}}{4} + 5 = \frac{29 - 3\sqrt{89}}{4}$