入 学 試 験 問 題（1次）

数 学

平成31年1月28日　　　　9時00分—10時20分

注 意 事 項

1 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。

2 この問題冊子は表紙・白紙を除き9ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。

3 解答には必ず黒鉛筆（またはシャープペンシル）を使用すること。

4 解答は，各設問ごとに一つだけ選び，解答用紙の所定の解答欄の該当する記号を塗りつぶすこと。

5 解答を訂正する場合は，消しゴムできれいに消すこと。

6 監督員の指示に従って，問題冊子の表紙の指定欄に受験番号を記入し，解答用紙の指定欄に受験番号，受験番号のマーク，氏名を記入すること。

7 この問題冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8 解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

受験番号					

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び，解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 $A = x^3 - 2y^2x + 4y^3$，$B = x + 2y$ を x についての整式とみて，A を B で割った余りを求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

2 $\log_a b + \log_b c + \log_c a = 5$，$\log_b a + \log_c b + \log_a c = \dfrac{17}{4}$ がともに成立しているものとする（$a > 0$，$b > 0$，$c > 0$，$a \neq 1$，$b \neq 1$，$c \neq 1$）。

$\dfrac{8}{683}\{(\log_a b)^4 + (\log_b c)^4 + (\log_c a)^4\}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

3 自然数 $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$（n は自然数）を割り切ることができる整数 m（$2 \leqq m \leqq 9$）のなかで最大なものを求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

4 複素数 z は $z+\dfrac{1}{z}=\sqrt{2}$ を満たしている。$z^{10}+\dfrac{1}{z^{10}}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

5 2次方程式 $25x^2-35x+2k=0$ の2つの解がそれぞれ $\sin\theta$, $\cos\theta$ であるとする。k の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

6 3次方程式 $x^3+ax^2+bx-8=0$ が1，2を解にもつとき，もう1つの解を c とする。$|b+a-c|$ の値を求めよ。(a, b は実数)

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

7 方程式$x^2+18x+30=2\sqrt{x^2+18x+45}$，$(x^2+18x+45 \geqq 0)$について，すべての実数解の和を$p$，すべての実数解の積を$q$とする。$p+q$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

8 aは自然数の定数とする。方程式$\log_2(x^2+3x+0.25)=a+\log_2 x$が実数解をもつとき，$a$のとりうる値の最小値を$m$とする。$m$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

9 △ABCにおいて，辺AB，BC，CAの長さがそれぞれ$b+1$，$ab+a$，aとなり，$\cos A=-\dfrac{1}{a}$，$\cos C=\dfrac{b}{a^2}$，であるとする。

$\left|\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right|$の値を求めよ。($a$，$b$は実数 $a>0$，$b>0$)

(ただし，△ABCの∠A，∠B，∠Cの大きさをそれぞれA，B，Cで表記する)

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

10 △ABCについて考える。AB = AC, BC = $16\sqrt{2}$, AからBCに下ろした垂線の長さを32とする。この△ABCの内接円の半径を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

11 実数x, yが$2|x-3|+3|y-2| \leqq 6$を満たすとき, x^2+y^2の最大値をM, 最小値をmとする。$M-13m$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

12 袋の中に2個の白玉とn個(nは自然数)の赤玉が入っている。この袋から同時に2個の玉を取り出すものとする。白玉の数が1個だけの場合の確率を$P(1)$, 2個とも白玉である場合の確率を$P(2)$とする。$\dfrac{P(1)}{P(2)}=12$となるときのnの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

13　座標平面上の3つの定点，原点O(0，0)，A(0，1)，B(4，3)と任意の点Pについて考える。$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=4\,\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$が成立しているとき，点Pの軌跡は異なる2つの点M(m, 0)，N(n, 0)でx軸と交わる。$|m+n|$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

14　座標平面において，点P(1，0)を原点Oを中心として2θ(θは正の角)だけ回転させた点をQとし，点R$\left(\frac{3}{2}, 0\right)$を点A$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$を中心として$\theta$だけ回転させた点をBとする。線分QBの長さの最大値をMとするとき，$2\sqrt{6}M$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

15　数列$\{a_n\}$は，$a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n-n^2+25n+5$ (nは自然数)を満たしている。$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$であるとき，S_n-2a_nを最小にするnをPとする。
$|P-20|$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

16 曲線C：$y=x^2-13$ 上に存在する異なる2つの点P，Qについて考える。線分PQと y 軸は，点A$(0,\ -8)$で交わる。線分PQの中点の軌跡と x 軸で囲まれる図形の面積を S としたとき，$\dfrac{3}{8}S$ の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

17 関数 $f(x)=e^{ax}\sin bx$ について考える$(a,\ b$ は実数$)$。$(b \neq 0)$
$f''(x)-2f'(x)+2f(x)=0$ がすべての x について成立するとき，a^2+b^2 の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

18 曲線C：$y=x^3-6x^2$ について考える。点A$(4,\ k)$（k は整数）から曲線Cに異なる3本の接線が引けるとき，k のとりうる値の個数を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

19 曲線 C : $y = x^3$ 上に存在する原点 O(0, 0), 点 A(1, 1), 点 P(t, t^3) ($0 < t < 1$, t は実数)について考える。線分 OP と曲線 C, 線分 PA と曲線 C で囲まれた図形のそれぞれの面積を S_1, S_2 と表記する。$S_1 + S_2$ は $t = k$ のとき最小値をとる。$9k^2$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

20 曲線 C : $y = x + 2\cos x$ ($0 \leqq x \leqq 2\pi$), 直線 ℓ : $y = k$ について考える。曲線 C, 直線 ℓ, $x = 0$, $x = 2\pi$ で囲まれた図形を直線 ℓ の周りに 1 回転させてできる立体の体積を V とする。V が最小となるときの k の値を m としたとき, $a < m < a + 1$ を満たす自然数 a が存在する。a の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

次の文章を読み，以下の問い(問題 21～25)に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

曲線 C : $y = x^2$ について考える。曲線 C 上の点 $P_1(p,\ p^2)$ ($p > 0$，p は実数)における接線と x 軸との交点を Q_1 とし，点 Q_1 を通って x 軸に垂直な直線と曲線 C との交点を P_2，点 P_2 における曲線 C の接線と x 軸との交点を Q_2 と定める。
その後も同じ操作を繰り返し，曲線 C 上に点 P_1，P_2，……，P_n，……，x 軸上に点 Q_1，Q_2，……，Q_n，……をつくることとする。

A 点 Q_1，Q_2，……，Q_n，……の x 座標をそれぞれ x_1，x_2，……，x_n，……と表記すると，数列 $\{x_n\}$ は初項 $\boxed{21}$，公比 $\boxed{22}$ の等比数列になる。

$\boxed{21}$

㋐ p　㋕ $\frac{p}{2}$　㋚ $\frac{p}{3}$　㋟ $\frac{p}{4}$　㋤ $\frac{p}{6}$

㋩ $\frac{p}{8}$　㋮ $\frac{p}{10}$　㋳ $\frac{p}{12}$　㋶ $\frac{p}{18}$　㋻ $\frac{p}{24}$

$\boxed{22}$

㋐ 1　㋕ $\frac{1}{2}$　㋚ $\frac{1}{3}$　㋟ $\frac{1}{4}$　㋤ $\frac{1}{6}$

㋩ $\frac{1}{8}$　㋮ $\frac{1}{10}$　㋳ $\frac{1}{12}$　㋶ $\frac{1}{16}$　㋻ $\frac{1}{24}$

B　図形 $P_nQ_nP_{n+1}$ の面積 S_n とは，接線 P_nQ_n，直線 Q_nP_{n+1}，曲線Cの点 P_n から点 P_{n+1} までの曲線部分で囲まれた図形の面積を意味することとする。図形 $P_1Q_1P_2$，$P_2Q_2P_3$，…，$P_nQ_nP_{n+1}$，…の面積をそれぞれ S_1，S_2，…，S_n，…としたとき，数列 $\{S_n\}$ は初項 $\boxed{23}$，公比 $\boxed{24}$ の等比数列になる。

$\boxed{23}$

㋐ p^3	㋕ $\dfrac{p^3}{2}$	㋚ $\dfrac{p^3}{4}$	㋟ $\dfrac{p^3}{8}$	㋤ $\dfrac{p^3}{12}$
㋩ $\dfrac{p^3}{16}$	㋮ $\dfrac{p^3}{20}$	㋳ $\dfrac{p^3}{24}$	㋶ $\dfrac{p^3}{28}$	㋻ $\dfrac{p^3}{32}$

$\boxed{24}$

㋐ 1	㋕ $\dfrac{1}{2}$	㋚ $\dfrac{1}{3}$	㋟ $\dfrac{1}{4}$	㋤ $\dfrac{1}{6}$
㋩ $\dfrac{1}{8}$	㋮ $\dfrac{1}{10}$	㋳ $\dfrac{1}{12}$	㋶ $\dfrac{1}{16}$	㋻ $\dfrac{1}{24}$

C　無限等比級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ は収束し，その値は，$\boxed{25}$ となる。

$\boxed{25}$

㋐ p^3	㋕ $\dfrac{p^3}{3}$	㋚ $\dfrac{p^3}{6}$	㋟ $\dfrac{p^3}{9}$	㋤ $\dfrac{p^3}{12}$
㋩ $\dfrac{p^3}{15}$	㋮ $\dfrac{p^3}{18}$	㋳ $\dfrac{p^3}{21}$	㋶ $\dfrac{p^3}{24}$	㋻ $\dfrac{p^3}{27}$