自治医科大学

入　学　試　験　問　題（1次）

数　　　学

平成30年1月22日　　　　9時00分—10時20分

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。

2　この問題冊子は表紙・白紙を除き9ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。

3　解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用すること。

4　解答は，各設問ごとに一つだけ選び，解答用紙の所定の解答欄の該当する記号を塗りつぶすこと。

5　解答を訂正する場合は，消しゴムできれいに消すこと。

6　監督員の指示に従って，問題冊子の表紙の指定欄に受験番号を記入し，解答用紙の指定欄に受験番号，受験番号のマーク，氏名を記入すること。

7　この問題冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

受験番号					

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

訂　正

数学

５頁

設問１４

問題文中の

Ｃ１をC_1，Ｃ２をC_2とする。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び，解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 整式x^4-4x+aが整式$x^2-2bx+b^2$で割り切れるとき，$a+b$の値を求めよ。ただし，a，bは実数とする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

2 実数x，yは，$29^x=49$，$1421^y=2401$を満たす。
$\dfrac{2x-y}{xy}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

3 自然数7^{2018}の一の位の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

4 実数x，yについて，$\log_x y + 3\log_y x = 4$，$\log_x(x^2 + 4y) = 3$がともに成立しているとき，$y - x$の値を求めよ。ただし，$x > 0$，$y > 0$，$x \neq 1$，$y \neq 1$とする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

5 $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{2}$であるとき，$2\sin^3\theta + 2\cos^3\theta - 3\sin\theta\cos\theta + \dfrac{1}{2}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

6 $\sin 3\theta - \sin\theta = \cos 3\theta + \cos\theta\,(0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$を満たす$\theta$の総和を$a$とする。$\dfrac{2a}{\pi}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

7 不等式 $a\sin^2 x + 6\sin x + 1 \geqq 0$（$a$ は実数）が常に成立するとする。
a の最小値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

8 $x^2 + 7xy + 12y^2 + x + 3y = 9$ を満たす整数の組 $(x,\ y)$ はいくつあるか。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

9 $\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{2}\,i}{\sqrt{3}-i}\right)^8 = a + bi$（$a,\ b$ は実数，$i^2 = -1$）となるとき，
$\left(\dfrac{b}{a}\right)^2$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

10 方程式 $x^3+x^2-x+a=0$（a は実数）が虚数解

$\cos\theta+i\sin\theta$（$i^2=-1$）（$0<\theta<\frac{\pi}{2}$）をもつとき，a の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

11 円 C : $x^2-6x+y^2-4y+9=0$ と直線 $\ell : y=ax-a+1$ について考える。直線 ℓ は円 C に接するとする。$|4a|$ の値を求めよ。ただし，a は実数とする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

12 点 O を中心とする半径 4 の円を C とする。円 C の外部の点 P を通る直線が円 C と相異なる 2 つの点 A，B（弦 AB は円 C の中心 O を通らないとする）で交わることとする。PA・PB = 9 となるとき，$|\mathrm{OP}^2-16|$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

13 実数x，yは2つの不等式$(x-5)^2+2y^2 \leqq 25$，$(x-12)^2+y^2 \leqq 48$を満たすものとする。$y-x$の最大値をMとしたとき，

$\dfrac{(M+6)^2}{3}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

14 1辺の長さがaの正三角形$P_1Q_1R_1$について考える。$\triangle P_1Q_1R_1$の内接円をC1とし，$\triangle P_1Q_1R_1$と円C1の接点をP_2，Q_2，R_2とする。$\triangle P_2Q_2R_2$の内接円をC2と表記する。この操作を繰り返すことで$\triangle P_nQ_nR_n$（nは自然数）を作り，$\triangle P_nQ_nR_n$の内接円をC_nとする。円C_nの面積をS_nとするとき，$\dfrac{36}{\pi a^2}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} S_n$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

15 $\triangle$ABCの内部の点Pについて，$4\overrightarrow{PA}+5\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=\vec{0}$が成立しているとする。$\triangle$PAB，$\triangle$PBC，$\triangle$PCAの面積をそれぞれ，$S_1$，$S_2$，$S_3$としたとき，$S_1 : S_2 : S_3 = 3 : a : b$となる。$a+b-7$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

16　4つの点，A$(0,\ -5,\ 0)$，B$(3,\ 1,\ 3)$，C$(3,\ 4,\ 7)$，D$(10,\ -3,\ a-3)$ が同一平面上にあるとき，$|a+4|$ の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

17　数列 $\{x_n\}$ が，$x_1=1$，$x_{n+1}=\dfrac{3x_n+2}{x_n+2}$ の条件を満たすとき，

数列 $\{x_n\}$ の一般項は，$x_n=\dfrac{4^n-b}{2\cdot 4^{n-1}+a}$ (a，b は実数) となる。

$\dfrac{b}{a}$ の値を求めよ。必要があれば，$\dfrac{x_n-2}{x_n+1}=y_n$ の式を用いなさい。
ただし，n は自然数とする。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

18　数列 $\{a_n\}$ について，$S_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$ とする。
$S_n=n^3-41n^2$ であるとき，数列 $\{a_n\}$ の最小値を m とする。
$\left|\dfrac{m}{70}\right|$ の値を求めよ。ただし，n は自然数とする。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

19　1個のさいころを4回続けて投げたとき，出た目を順に a，b，c，d とする。$a+b+2c+2d \leqq 10$ となる確率を p とするとき，$216p$ の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

20　1000から9999までの4桁の整数が表記されたカードのなかから1枚のカードを無作為に選ぶこととする。選んだカードの整数において，同じ数字が2つ以上現れる(例えば，1123，5333など)確率を p としたとき，$\frac{125}{31}p$ の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

21　2つの曲線 C1：$y=x^3-x^2-12x-1$，C2：$y=-x^3+2x^2+a$ (a は自然数)について考える。曲線C1とC2が接するとき，a の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

22 xが0以上の実数であるとき，

関数$f(x)=\dfrac{x^4-2x^3-x^2+2x+34}{x^2-x+3}$の最小値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

23 曲線C：$y=\dfrac{1}{x}$（xは実数，$x>0$）について考える。

点P$(k,\ k)$（kは実数，$k>0$）から，曲線C上に存在する異なる2つの点Q，Rに対し引いた直線は，どちらも曲線Cと接するものとする。$\angle \mathrm{QPR}=\dfrac{2}{3}\pi$となるとき，$6k^2$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

24 曲線C：$y = x^3 - 2x^2 + x$（x は実数）について考える。曲線C上を動く点を $P(a,\ b)$（$a,\ b$ は実数，$0 < a < 1$）とする。原点OとPを結ぶ線分と曲線Cとで囲まれる部分の面積を S，線分 OP の長さを L としたとき，

$\displaystyle\lim_{a \to 0} \frac{48\sqrt{2}\,S}{L^3}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

25 曲線C：$y = -x^2 + 4$（x は実数，$-2 < x < 0$）について考える。曲線C上の点Aにおける法線を ℓ とする。ℓ と x 軸との交点をP，原点をOとしたとき，線分 OP の長さの最大値を M とする。$\dfrac{9}{\sqrt{42}}M$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9