入　学　試　験　問　題（1次）

数　　　　学

令和7年1月27日　　　　9時00分—10時20分

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。

2　この問題冊子は表紙・白紙を除き10ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。

3　解答には必ず黒鉛筆（またはシャープペンシル）を使用すること。

4　解答は，各設問ごとに一つだけ選び，解答用紙の所定の解答欄の該当する記号を塗りつぶすこと。

5　解答を訂正する場合は，消しゴムできれいに消すこと。

6　監督員の指示に従って，問題冊子の表紙の指定欄に受験番号を記入し，解答用紙の指定欄に受験番号，受験番号のマーク，氏名を記入すること。

7　この問題冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

受験番号					

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び，解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 4つの多項式(整式)，$P = ax^3 + bx^2 + cx + 3$（a，b，c は実数，$a \neq 0$），$Q = 3x + 1$，$R = 2x - 1$，$S = x - 3$ について考える。多項式 P は多項式 Q，多項式 R，多項式 S で割り切れるとする。

$|ac + b|$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

2 実数 x，y は $x^2 + 4xy + 12x + 8y^2 + 72 = 0$ を満たす。

$|x + y|$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

3 2つの複素数 $p = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$，$q = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$（$i^2 = -1$）について考える。

$\left|p^{16}q^{13} + p^{26}q^{22} + p^{35}q^{33} + p^{45}q^{42} + p^{14}q^{13} + p^{54}q^{52} + p^{33}q^{32} + p^{12}q^{13} + 6\right|$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

4 方程式 $\sin^2 x - 2k\cos x - 3k - 1 = 0$（$k$ は実数）を満たす実数 x が存在するときの k の最大値を M，最小値を m とする。$|M + m|$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

5 $A = \sum_{k=1}^{20} \sin\frac{k\pi}{3}$，$B = \sum_{k=1}^{20} \cos\frac{k\pi}{3}$ とする。

$(A + B)^2$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

6 3 個の自然数 a，b，c と 4 個の 0 以上の整数 p，q，r，s について考える。

$1 \leqq a < b < c \leqq 20$ を満たす a，b，c の組の個数を G，

$p + q + r + s = 19$ を満たす p，q，r，s の組の個数を H とする。

$\dfrac{|G - H|}{50}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

7 1辺の長さが1の正四面体ABCDについて考える。辺AB上を点Pが動くとき，△CPDの面積の最小値をSとする。$\dfrac{\sqrt{2}}{S}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

8 △ABCにおいて，AB = 3，AC = 6，BC = k（kは正の実数）とする。
△ABCにおいて，∠A，∠B，∠Cの大きさを，それぞれA，B，Cと表記する。
$k\cos B = 6\cos A + 3$が成立しているとき，△ABCの面積をSとする。
$\dfrac{S^2}{9}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

9 自然数 N について考える。

N を5で割ったときのとりうる余りは，0，1，2，3，4の5種類あり，5種類のとりうる余りの総和は10となる。

N^2 を5で割ったときのとりうる余りは a 種類あり，a 種類のとりうる余りの総和は S_a である。

同様に，N^3 を5で割ったときのとりうる余りは b 種類であり，b 種類のとりうる余りの総和は S_b となり，

N^4 を5で割ったときのとりうる余りは c 種類であり，c 種類のとりうる余りの総和は S_c となる。

ただし，N，N^2，N^3，N^4 が5で割り切れる場合は，余りは0とする。

$\left|S_a - a\right| + \left|S_b - b\right| + \left|S_c - c\right|$ の値を求めよ。

a，b，c，S_a，S_b，S_c は0以上の整数とする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

10 座標平面上における円 $C : x^2 + y^2 = 4$，点 $\mathrm{A}(-12, 0)$，点 $\mathrm{B}(0, -5)$ について考える。

円 C 上の点を点Pと表記する。

内積 $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BP}}$ の最大値を M，最小値を m としたときの $|M + m|$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

11 座標空間における点 $A(8, 0, 0)$，点 $B(0, 4, 0)$，点 $C(0, 0, 2)$，原点 $O(0, 0, 0)$について考える。

3点A，B，Cの定める平面を平面ABCと表記する。点Pは平面ABC上に存在するものとし，線分OPの長さが最小となるときの点Pを点Hとする。

$\overrightarrow{OH}$ と3つの内積 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OH}$，$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OH}$，$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OH}$ について，

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OH}+\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OH}-|\overrightarrow{OH}|^2$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

12 4次方程式 $x^4-2(k+2)x^2+k^2-2k-3=0$ は，すべて異なる4つの実数解をもつものとする。

k が整数であるとき，$|k|$ の最小値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

13 曲線 $y=(\log x)^4$ (x は正の実数)と x 軸，直線 $x=\dfrac{1}{e}$，$x=e^2$ で囲まれた部分の面積を S とする。S の値を求めよ。x の自然対数を $\log x$ とし，e は自然対数の底とする。

㋐ $3e^2-60e^{-1}$	㋕ $4e^2-61e^{-1}$	㋚ $5e^2-62e^{-1}$
㋟ $6e^2-63e^{-1}$	㋤ $7e^2-64e^{-1}$	㋩ $8e^2-65e^{-1}$
㋮ $9e^2-64e^{-1}$	㋳ $10e^2-64e^{-1}$	㋶ $11e^2-62e^{-1}$
㋻ $12e^2-61e^{-1}$		

次の文章を読み，以下の問い（問題 $\boxed{14}$ ～ $\boxed{16}$ ）に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

座標平面上の

円 $C_1 : x^2 + y^2 = 1$，円 $C_2 : (x - b)^2 + y^2 = \dfrac{25}{4}\left(b \text{は実数}, \dfrac{3}{2} < b < \dfrac{7}{2}\right)$について考える。

円 C_1 と円 C_2 は共通な接線をもつ。円 C_1 と円 C_2 の共通接線のなかで，傾きが $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ となるものを直線 ℓ とする。このときの b の値を β とする。

I　直線 ℓ と x 軸との交点Pの x 座標を k とする。$|k| = \boxed{14}$ となる。

$\boxed{14}$

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

II　$\beta = \boxed{15}$ となる。

$\boxed{15}$

㋐ 2	㋕ $\dfrac{11}{5}$	㋚ $\dfrac{12}{5}$	㋟ $\dfrac{13}{5}$	㋤ $\dfrac{14}{5}$
㋩ 3	㋮ $\dfrac{31}{10}$	㋳ $\dfrac{16}{5}$	㋶ $\dfrac{33}{10}$	㋻ $\dfrac{17}{5}$

III　直線 ℓ と円 C_1 との接点を点 $Q(q_1, q_2)$，直線 ℓ と円 C_2 との接点を点 $R(r_1, r_2)$ とする。

$|q_1 r_1 + q_2 r_2| = \boxed{16}$ となる。

$\boxed{16}$

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

次の文章を読み，以下の問い(問題$\boxed{17}$ ～ $\boxed{20}$)に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

等比数列の和，$S_n = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{8}{9}\right)^{k-1}$($n$ は 10000 以下の自然数)について考える。

ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

Ⅰ　自然数 p は，$p < S_3 < p + 1$ を満たす。

$p = \boxed{17}$ となる。

$\boxed{17}$

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

Ⅱ　$5 < S_n < 6$ を満たす最小の n を q(q は自然数)とする。

$q = \boxed{18}$ となる。

$\boxed{18}$

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

Ⅲ $N < S_n < N+1$ を満たす自然数 N が最大値 M をとるときの n の最小値を m（m は自然数）とする。

$M = \boxed{19}$ となる。

$\boxed{19}$

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

$m = \boxed{20}$ となる。

$\boxed{20}$

㋐ 15	㋕ 16	㋚ 17	㋟ 18	㋤ 19
㋩ 20	㋮ 21	㋳ 22	㋶ 23	㋻ 24

次の文章を読み，以下の問い(問題 $\boxed{21}$ ～ $\boxed{25}$)に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

関数 $f(x) = x^4 + 4x^3 - 35x^2 - 6x + 144$ について考える。

I　4次方程式 $x^4 + 4x^3 - 35x^2 - 6x + 144 = 0$ は2重解 $x = k$ をもつ。

$k = \boxed{21}$ となる。

$\boxed{21}$

㋐ 0　　㋕ 1　　㋚ 2　　㋟ 3　　㋤ 4

㋩ 5　　㋮ 6　　㋳ 7　　㋶ 8　　㋻ 9

II　関数 $f(x) = x^4 + 4x^3 - 35x^2 - 6x + 144$ は，$x = p$ のとき，最小値 m をとり，$x = q$ のとき，極大値 M をとる。

$p = \boxed{22}$ となる。

$\boxed{22}$

㋐ $-3 - \dfrac{\sqrt{33}}{2}$　　㋕ $-3 - \dfrac{\sqrt{34}}{2}$　　㋚ $-4 - \dfrac{\sqrt{34}}{2}$　　㋟ $-4 - \dfrac{\sqrt{37}}{2}$

㋤ $-5 - \dfrac{\sqrt{37}}{2}$　　㋩ $-3 + \dfrac{\sqrt{33}}{2}$　　㋮ $-3 + \dfrac{\sqrt{34}}{2}$　　㋳ $-4 + \dfrac{\sqrt{34}}{2}$

㋶ $-4 + \dfrac{\sqrt{37}}{2}$　　㋻ $-5 + \dfrac{\sqrt{37}}{2}$

$q = \boxed{23}$ となる。

$\boxed{23}$

㋐ $-3 - \dfrac{\sqrt{33}}{2}$　　㋕ $-3 - \dfrac{\sqrt{34}}{2}$　　㋚ $-4 - \dfrac{\sqrt{34}}{2}$　　㋟ $-4 - \dfrac{\sqrt{37}}{2}$

㋤ $-5 - \dfrac{\sqrt{37}}{2}$　　㋩ $-3 + \dfrac{\sqrt{33}}{2}$　　㋮ $-3 + \dfrac{\sqrt{34}}{2}$　　㋳ $-4 + \dfrac{\sqrt{34}}{2}$

㋶ $-4 + \dfrac{\sqrt{37}}{2}$　　㋻ $-5 + \dfrac{\sqrt{37}}{2}$

$2|M+m| = \boxed{24}$ である。

$\boxed{24}$

㋐ 1000	㋕ 1001	㋚ 1002	㋟ 1003	㋤ 1004
㋩ 1005	㋮ 1006	㋳ 1007	㋶ 1008	㋻ 1009

Ⅲ 曲線 $y=f(x)$ の $y \geqq 0$ の範囲にある部分と x 軸で囲まれる図形の面積を S とする。

$\sqrt{\dfrac{3S}{2}} = \boxed{25}$ となる。

$\boxed{25}$

㋐ 21	㋕ 22	㋚ 23	㋟ 24	㋤ 25
㋩ 26	㋮ 27	㋳ 28	㋶ 29	㋻ 30