聖マリアンナ医科大学

平成３０年度

９時００分～１０時３０分

数　学

問題冊子	３　～　９　頁
解答用紙	１　～　２　頁

注　意　事　項

１．試験開始の合図［チャイム］があるまで、この注意をよく読むこと。

２．試験開始の合図［チャイム］があるまで、問題冊子ならびに解答用紙は開かないこと。

３．試験開始の合図［チャイム］の後に問題冊子ならびに解答用紙の全ページの所定の欄に受験番号と氏名を記入すること。

４．解答はかならず定められた解答用紙を用い、それぞれ定められた位置に問題の指示に従って記入すること。

５．解答はすべて黒鉛筆を用いてはっきりと読みやすく書くこと。

６．質問は文字が不鮮明なときに限り受け付ける。

７．問題冊子に、落丁や乱丁があるときは手を挙げて交換を求めること。

８．試験開始６０分以内および試験終了前１０分間は、退場を認めない。

９．試験終了の合図［チャイム］があったとき、ただちに筆記用具を置くこと。

１０．試験終了の合図［チャイム］の後は、問題冊子ならびに解答用紙はいずれも表紙を上にして、通路側から解答用紙、問題冊子の順に並べて置くこと。いっさい持ち帰ってはならない。なお、途中退場の場合は、すべて裏返しにして置くこと。

１１．その他、監督者の指示に従うこと。

１２．問題冊子の余白および裏面を計算に利用してもよい。

受験番号		氏　名	

1 以下の$\boxed{\text{ア}}$〜$\boxed{\text{ウ}}$にあてはまる適切な数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

(1) aを1でない正の実数とする．このとき

$$\log_2 a+\log_8 a^2+\log_{a^6} 32+\log_a \sqrt{a}+\log_{\sqrt{a}} a=0$$

を満たすaの値で最大のものは $\boxed{\text{ア}}$ である．

(2) eを自然対数の底とする．曲線$y=1+e^x$とy軸および2直線$x=1, y=1$で囲まれた部分を，x軸の周りに1回転させてできる立体の体積は $\boxed{\text{イ}}$ である．

(3) 生徒50人に行ったテストの得点をx_1，x_2，…，x_{50}とする．得点の平均は42，分散は36であった．このとき，$z_i=\dfrac{1}{6}x_i-7\,(i=1\,,2\,,\cdots,50)$とおくと，$z_1$，$z_2$，…，$z_{50}$の分散は $\boxed{\text{ウ}}$ である．

2 以下の $\boxed{\text{エ}}$ ～ $\boxed{\text{キ}}$ にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に<u>既約分数</u>で記入せよ．

複素数列 $a_n\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ が次のように確率的に定まるという．

・$a_1=1$ である．

・$n \geqq 1$ に対して，確率 $\dfrac{1}{2}$ で $a_{n+1}=\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}a_n$，確率 $\dfrac{1}{2}$ で $a_{n+1}=\dfrac{1-i}{\sqrt{2}}a_n$ である．

ただし i は虚数単位である．

(1) a_2，a_3，a_4 の中に 1 が含まれず，かつ $a_5=1$ となる確率は $\boxed{\text{エ}}$ である．

(2) $a_5=1$ となる確率は $\boxed{\text{オ}}$ である．

(3) $a_9=1$ となる確率は $\boxed{\text{カ}}$ である．

(4) a_2 から a_9 の中に 1 が含まれる確率は $\boxed{\text{キ}}$ である．

3 以下の $\boxed{\text{ク}}$ ～ $\boxed{\text{チ}}$ にあてはまる適切な数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

xy 平面上に 3 点

$$\mathrm{P_1}(\cos 2t,\ \sin 2t),\ \mathrm{P_2}(-\sin 2t,\ \cos 2t),\ \mathrm{P_3}(\sqrt{2}\cos t,\ \sqrt{2}\sin t)$$

がある．ただし，$\dfrac{1}{12}\pi < t < \dfrac{17}{12}\pi$ とする．

(1) $\left|\overrightarrow{\mathrm{P_1P_2}}\right| = \boxed{\text{ク}}$ ，$\overrightarrow{\mathrm{P_1P_2}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{P_1P_3}} = \boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{コ}}\sin t - \boxed{\text{サ}}\cos t$ である．

(2) $\triangle \mathrm{P_1P_2P_3}$ の面積を $\dfrac{1}{2}\sqrt{f(t)}$ と表すとき，

$$f(t) = \boxed{\text{シ}} + \boxed{\text{ス}}\sin t - \boxed{\text{セ}}\cos t - \boxed{\text{ソ}}\sin 2t$$

である．

(3) (2) の $f(t)$ について，$f'(t) = 0$ となる t の値は $\boxed{\text{タ}}$ である．

(4) $\triangle \mathrm{P_1P_2P_3}$ の面積の最大値は $\boxed{\text{チ}}$ である．

$\boxed{4}$ a, bは正の整数で互いに素とする．このとき，どんな整数nも適当な整数x，yを用いて$n=ax+by$という形に表されることが知られている．集合Aを

$$\mathrm{A}=\left\{ n \;\middle|\; \begin{array}{l} n\text{は整数であって，0以上の適当な整数}x,\ y\text{を用いて} \\ n=ax+by\text{という形に表される．} \end{array} \right\}$$

とおく．このとき，$(a-1)(b-1)-1$はAの要素ではないが，$(a-1)(b-1)$以上のどんな整数もAの要素であることを証明したい．以下の設問に対する解答を解答用紙の所定の欄に述べよ．

(1) $a=4$，$b=7$の場合を考える．このとき，解答用紙にある0以上27以下の整数のうち，Aの要素であるすべての数を○で囲め．

(2) nは整数とし，適当な整数x_0とy_0を用いて，$n=ax_0+by_0$と表す．このとき，y_0をaで割った余りをyとすると，適当な整数xを用いて $n=ax+by$という形に表されることを示せ．

(3) $n=(a-1)(b-1)-1$とする．このとき，nはAの要素ではないこと，すなわち0以上のどんな整数x,yを用いても，$n=ax+by$という形に表すことができないことを背理法を用いて示せ．

(4) nは$(a-1)(b-1)$以上の整数とする．このとき，nはAの要素であること，すなわち整数x,yを$0 \leqq y < a$を満たすように選んで$n=ax+by$という形に表すと，$x \geqq 0$であることを示せ．

以　上