聖マリアンナ医科大学

平成２８年度

９時００分～１０時３０分

数　学

問題冊子	１ ～ ７ 頁
解答用紙	１ ～ ３ 頁

注　意　事　項

１．試験開始の合図［チャイム］があるまで、この注意をよく読むこと。
２．試験開始の合図［チャイム］があるまで、問題冊子ならびに解答用紙は開かないこと。
３．試験開始の合図［チャイム］の後に問題冊子ならびに解答用紙の全ページの所定の欄に受験番号と氏名を記入すること。
４．解答はかならず定められた解答用紙を用い、それぞれ定められた位置に問題の指示に従って記入すること。
５．解答はすべて黒鉛筆を用いてはっきりと読みやすく書くこと。
６．質問は文字に不鮮明なものがあるときにかぎり許される。
７．問題冊子に、落丁、乱丁の箇所があるときは手をあげて交換を求めること。
８．試験開始後６０分以内および試験終了前１０分間は、退場を認めない。
９．試験終了の合図［チャイム］があったとき、ただちに筆記用具を置くこと。
１０．試験終了の合図［チャイム］の後は、問題冊子ならびに解答用紙はいずれも表紙を上にして、通路側から解答用紙、問題冊子の順に並べて置くこと。いっさい持ち帰ってはならない。
なお、途中退場の場合は、すべて裏返しにして置くこと。
１１．その他、監督者の指示に従うこと。
１２．問題冊子の余白および裏面については計算に利用してもよい。

受験番号		氏　名	

1 以下の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{オ}}$ にあてはまる適切な数を所定の欄に記入しなさい．

(1) どの位にも 0 を使わずに，でたらめに 4 桁の整数を作る．このとき，どの位の数字も異なる確率は $\boxed{\text{ア}}$ である．

(2) 円に内接する正三角形の面積が $27\sqrt{3}$ のとき，この円の半径は $\boxed{\text{イ}}$ である．

(3) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\left(4x+3+\sqrt{16x^2+9}\right)=$ $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(4) $\dfrac{\sin 55^\circ+\sin 175^\circ+\sin 65^\circ+\sin 185^\circ}{\sin 50^\circ+\cos 50^\circ}$ の値を求めると，$\boxed{\text{エ}}$ である．

(5) 1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD において，辺 AB の中点を M，辺 BC を 3 : 1 に外分する点を N とする．線分 MN と線分 BD の交点を L とするとき，線分 AL の長さは $\boxed{\text{オ}}$ である．

2 数列$\{a_n\}$は等差数列で，初項と公差はともに正の整数aである．

以下の $\boxed{\text{カ}}$ ～ $\boxed{\text{シ}}$ にあてはまる適切な数，または式を所定の欄に記入しなさい．

(1)　この数列の一般項は，$a_n=$ $\boxed{\text{カ}}$ となる．ここで，$a_{k-4}a_{k-1}a_k a_{k+1}$を a, kを用いた式で表すと $\boxed{\text{キ}}$ となる．

(2)　この数列が，ある番号k $(k \geqq 5)$について$a_{k-4}a_{k-1}a_k a_{k+1}=2016$ を満たしているとする．

(i) 2016 を素因数分解すると $\boxed{\text{ク}}$ となる．これを用いて，a, kを求めると，$(a, k)=\left(\boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}}\right)$となる．

(ii) この数列の連続した 3 項a_t，a_{t+1}，a_{t+2}が

$$a_t^3+a_{t+1}^3=a_{t+2}^3-2$$

を満たすとき，a_{t+1}の値は $\boxed{\text{サ}}$ である．

(iii) この数列の連続した 11 項a_s，a_{s+1}，$\cdots$，a_{s+10}が

$$a_s^2+a_{s+1}^2+a_{s+2}^2+a_{s+3}^2+a_{s+4}^2+a_{s+5}^2=a_{s+6}^2+a_{s+7}^2+a_{s+8}^2+a_{s+9}^2+a_{s+10}^2$$

を満たすとき，a_{s+5}の値は $\boxed{\text{シ}}$ である．

3　aを正の定数，eを自然対数の底として，$f(x)=\int_0^a \left| xe^x - te^t \right| dt \quad (0 \leqq x \leqq a)$とする．

以下の $\boxed{\text{ス}}$ ～ $\boxed{\text{チ}}$ にあてはまる適切な数，または式を所定の欄に記入しなさい．また，(2) の設問に答えなさい．

(1)　$f(0)=$ $\boxed{\text{ス}}$ であり，$f(a)=$ $\boxed{\text{セ}}$ である．

(2)　$f(x)$をaとxを用いた式で表せ（途中の計算式も合わせて記載せよ）．

(3)　$f'(x)=0$のとき，$x=$ $\boxed{\text{ソ}}$ である．

(4)　$f(x)$の最小値は $\boxed{\text{タ}}$，最大値は $\boxed{\text{チ}}$ である．

$\boxed{4}$ p を素数とするとき，以下の命題を証明しなさい．解答は所定の箇所に記載しなさい．

(1) a, b, c を整数とするとき，$a^3+pb^3+p^2c^3-p^3abc=0$ ならば，
a は p の倍数である．

(2) a, b, c を整数とするとき，$a^3+pb^3+p^2c^3-p^3abc=0$ ならば，
a, b, c はどれも p の倍数である．

(3) a, b, c を整数とするとき，$a^3+pb^3+p^2c^3-p^3abc=0$ ならば，
$a=b=c=0$ である．

(4) x, y, z を有理数とするとき，$x^3+py^3+p^2z^3-p^3xyz=0$ ならば，
$x=y=z=0$ である．