聖マリアンナ医科大学

平成２７年度

９時００分～１０時３０分

数　学

問題用紙	１～２頁
解答用紙	１～３頁

注　意　事　項

１．試験開始の合図［チャイム］があるまで、この注意をよく読むこと。

２．試験開始の合図［チャイム］があるまで、この問題の印刷されている冊子を開かないこと。

３．試験開始の合図［チャイム］の後に問題用紙ならびに解答用紙の定められた位置に受験番号、氏名を記入すること。

４．解答はかならず定められた解答用紙を用い、それぞれ定められた位置に問題の指示に従って記入すること。

５．解答はすべて黒鉛筆を用いてはっきりと読みやすく書くこと。

６．質問は文字に不鮮明なものがあるときにかぎり許される。

７．問題に、落丁、乱丁の箇所があるときは手をあげて交換を求めること。

８．試験開始後６０分以内および試験終了前１０分間は、退場を認めない。

９．試験終了の合図［チャイム］があったとき、ただちに筆記用具を置くこと。

１０．試験終了の合図［チャイム］の後は、問題用紙および解答用紙はすべて本表紙を上にして、通路側から解答用紙、問題用紙の順に並べて置くこと。いっさい持ち帰ってはならない。なお、途中退場の場合は、すべて裏返しにして置くこと。

１１．その他、監督者の指示に従うこと。

１２．解答用紙の余白および裏面については計算に利用してもよい。

受験番号		氏　名	

1 以下の〔1〕～〔4〕の $\boxed{①}$ ～ $\boxed{④}$ に適切な値を答えなさい．

ただし，e は自然対数の底とする．

〔1〕 $A=e^2$ とするとき，

$$8\left(1+\cos^3\frac{\pi}{18}\right)\log_A e-\frac{3}{2}\left(1+\cos\frac{\pi}{18}\right)\log_e A=\boxed{①}$$ である．

〔2〕 b を正の定数，x を正の実数とする．方程式 $\log_e x=bx$ が異なる2つの実数解をもつのは　$0<b<\boxed{②}$ のときである．

〔3〕 数列 $\{c_n\}$ $(n=1,2,3,\cdots)$ を，初項1，公差2の等差数列とする．数列 $\{c_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n に対して $T_n=\log_e S_n$，$U_n=e^{T_n}$ と定義する．数列 $\{U_n\}$ の初項から第24項までの和の値は $\boxed{③}$ となる．

〔4〕 定積分 $\displaystyle\int_0^D\frac{2e^x}{2e^x+3}\,dx$ の値は $\boxed{④}$ である．ただし，$D=\log_e 3$ とする．

2 xy 平面上に2点 $\mathrm{P}_1(1,1)$，$\mathrm{P}_2(1,2)$ があり，以下の条件(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ)をすべて満たすように $\mathrm{P}_3(x_3,\ y_3)$，$\mathrm{P}_4(x_4,\ y_4)$，$\mathrm{P}_5(x_5,\ y_5)$，$\cdots$ を定めるものとする．

(Ⅰ) $\left|\overrightarrow{\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{P}_n}\right|=\dfrac{1}{3}\left|\overrightarrow{\mathrm{P}_{n-2}\mathrm{P}_{n-1}}\right|$　$(n=3,4,5,\cdots)$

(Ⅱ) $\angle\mathrm{P}_{n-2}\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{P}_n=\dfrac{\pi}{4}$　$(n=3,4,5,\cdots)$

(Ⅲ) $x_n\geqq x_{n-1}$　$(n=3,4,5,\cdots)$

このとき，以下の問いに答えなさい．

〔1〕 ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{P}_3\mathrm{P}_4}$ を成分で表しなさい．

〔2〕 ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{P}_{2k-1}\mathrm{P}_{2k}}$ $(k=1,2,3,\cdots)$ の成分を k を用いた式で表しなさい．

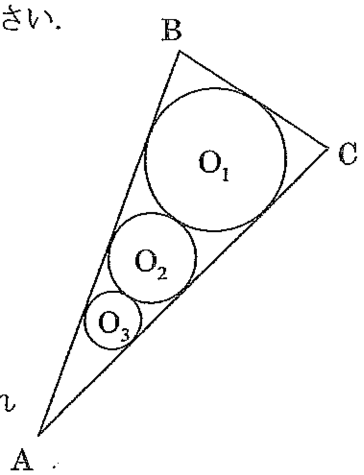
〔3〕 ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{P}_{2k}\mathrm{P}_{2k+1}}$ $(k=1,2,3,\cdots)$ の成分を k を用いた式で表しなさい．

〔4〕 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}x_n=X$，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}y_n=Y$ とおく．このとき n を限りなく大きくすると，点 P_n は点 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ に限りなく近づいていく．X，Y を求めなさい．

3 三角形ABCはAB=AC, ∠BAC=2θ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$を満たすものとする.

三角形ABCの内接円をO_1とし，その半径をaとする．また，円O_n $(n=1,2,3,\cdots)$より半径が短く，辺AB, 辺AC, 円O_nに接する円をO_{n+1}とする．このとき，以下の問いに答えなさい．ただし，円周率はπを用いるものとする.

〔1〕 三角形ABCの周の長さLをaとθを用いて表しなさい.
ただし，$L=\mathrm{AB}+\mathrm{BC}+\mathrm{CA}$である.



〔2〕 円O_nの周の長さをW_nで表すとき,

$$W=\sum_{n=1}^{\infty}W_n$$

をaとθを用いて表しなさい.

〔3〕 $L=W$が成り立つとき，$\sin\theta$, $\cos\theta$の値をそれぞれ求めなさい.

4 以下の問いに答えなさい.

〔1〕次の定積分を求めなさい．ただし，aは正の定数とする.

1） $\displaystyle\int_0^a te^{-t}dt$　　　2） $\displaystyle\int_0^a t^2e^{-t}dt$

〔2〕以下の空欄 $\boxed{①}$ ～ $\boxed{⑤}$ に適切な値を答えなさい.

$x\geqq 0$で定義された関数$f(x)=\left(\sqrt{x}-1\right)e^{-\sqrt{x}}$に対して，$y=f(x)$の表す曲線を$C$とおく．$C$は$x=\boxed{①}$で極大値$\boxed{②}$をとる．$C$上の点$\left(t,\ f(t)\right)$での接線が原点を通るのは$t=\boxed{③}$のときである．このときの接線を$\ell$とおくと，$\ell$の傾きは$\boxed{④}$となる．また，$C$，$\ell$と$y$軸で囲まれた部分の面積は$\boxed{⑤}$である.