聖マリアンナ医科大学　一般

平成２５年度

９時００分～１０時３０分

数　学

問題用紙	１～２頁
解答用紙	１～３頁

注　意　事　項

１．試験開始の合図［チャイム］があるまで、この注意をよく読むこと。
２．試験開始の合図［チャイム］があるまで、この問題の印刷されている冊子を開かないこと。
３．試験開始の合図［チャイム］の後に問題用紙ならびに解答用紙の定められた位置に受験番号、氏名を記入すること。
４．解答はかならず定められた解答用紙を用い、それぞれ定められた位置に問題の指示に従って記入すること。
５．解答はすべて黒鉛筆を用いてはっきりと読みやすく書くこと。
６．質問は文字に不鮮明なものがあるときにかぎり許される。
７．問題に、落丁、乱丁の箇所があるときは手をあげて交換を求めること。
８．試験開始後６０分以内および試験終了前１０分間は、退場を認めない。
９．試験終了の合図［チャイム］があったとき、ただちに筆記用具を置くこと。
１０．試験終了の合図［チャイム］の後は、問題用紙および解答用紙はすべて本表紙を上にして、通路側から解答用紙、問題用紙の順に並べて置くこと。いっさい持ち帰ってはならない。なお、途中退場の場合は、すべて裏返しにして置くこと。
１１．その他、監督者の指示に従うこと。
１２．解答用紙の余白および裏面については計算に利用してもよい。

受験番号		氏　名	

1 e を自然対数の底，b を実数として，数列 $\{a_n\}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$ が条件(1)および(2)を満たしているとき，設問〔1〕および〔2〕に答えなさい。

$$a_1 = \frac{e - e^2 + b}{1 - e} \qquad (1)$$

$$a_{n+1} = ea_n + b \qquad (2)$$

〔1〕 $b = 11$ のとき，a_n を n の式で表すと，

$a_n =$ $\boxed{\quad ① \quad}$ となる。

また，

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \log_e \left(a_k + \frac{11}{e-1} \right) =$ $\boxed{\quad ② \quad}$ となる。

〔2〕 $b = e^{11}$ のとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ の値は $n =$ $\boxed{\quad ③ \quad}$ のとき最小となる。

2 負の実数 a, b は，u についての２次方程式 $u^2 - su + t = 0$ の解で，$a^3 + b^3 - 2ab = -4$ を満たしている。このとき，設問〔1〕～〔3〕に答えなさい。

〔1〕 $a+b$，ab および $a^3 + b^3 - 2ab$ を s，t を用いて表すと，

$a+b =$ $\boxed{\quad ① \quad}$，$ab =$ $\boxed{\quad ② \quad}$，$a^3 + b^3 - 2ab =$ $\boxed{\quad ③ \quad}$

となる。

〔2〕 以下の s，t に対する記述（イ），（ロ），（ハ）のうち正しいものを選び，その記号を解答欄に記入しなさい。

（イ） s，t は $s > 0$，$t > 0$，$s^2 - 4t \geqq 0$ を満たしている。
（ロ） s，t は $s < 0$，$t > 0$，$s^2 \geqq 4t$ を満たしている。
（ハ） s，t は $s < 0$，$t > 0$，$s^2 < 4t$ を満たしている。

〔3〕 $a+b$ のとりうる値の範囲を求めなさい。

3 O を中心とする半径 1 の円周上に相異なる 3 点 A, B, C がある。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とおき，$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\neq\vec{0}$ とする。線分 AB, BC, CA の中点を，それぞれ P, Q, R とし，$\overrightarrow{OP}=\vec{p}$, $\overrightarrow{OQ}=\vec{q}$, $\overrightarrow{OR}=\vec{r}$ とおく。

このとき，以下の $\boxed{①}$ ～ $\boxed{⑥}$ について適切な値を，$\boxed{イ}$ には適切な式を解答欄に答えなさい。また，$\boxed{ア}$，$\boxed{ウ}$ には下部の選択肢からもっともふさわしいものを選択して，解答欄に記入しなさい。

ベクトル $\vec{d}=\dfrac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$ とすると，

$$|\vec{d}-\vec{p}|=|\vec{d}-\vec{q}|=|\vec{d}-\vec{r}|=\boxed{①}$$

となり，$\overrightarrow{OD}=\vec{d}$ によって定まる点 D は△PQR の $\boxed{ア}$ となることがわかる。

いま，線分 AB の長さを 1，線分 AC の長さを $\sqrt{3}$ とし，$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ は，どの 2 つも平行ではないとする。このとき，線分 BC の長さは $\boxed{②}$ であり，$\vec{a}\cdot\vec{c}=\boxed{③}$ である。また，$\vec{b}$ を $\vec{a}$ と $\vec{c}$ で表すと，$\vec{b}=\boxed{イ}$ となる。

また，△PQR について，∠QPR の二等分線と辺 QR の交点を S とおき，$\overrightarrow{PS}$ を $\vec{a}$ と $\vec{c}$ で表すと，

$$\overrightarrow{PS}=\boxed{④}\vec{a}+\boxed{⑤}\vec{c}$$

とかける。同様にして，∠PQR の二等分線と辺 PR の交点を T とおく。線分 PS と線分 QT の交点を U とおくと，U は△PQR の $\boxed{ウ}$ となり，

$$\overrightarrow{OU}=\boxed{⑥}\vec{b}$$

となることがわかる。

選択肢

重心，　内心，　外心

4 以下の命題が真であれば証明し，偽であれば反例をあげて偽であることを説明しなさい。

〔1〕p を，4 で割ると 3 余る素数とする。このとき，$2p+1$ は 3 の倍数であるか，または素数である。

〔2〕行列 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の成分と，A の逆行列 A^{-1} の成分がすべて整数であるとする。

このとき，$|ad-bc|=1$ である。

以　上

◇M1 (533—3)