平成２２年度

９時００分～１０時３０分

数　学

問題用紙	１ ～ ２ 頁
解答用紙	１ ～ ３ 頁

注　意　事　項

１．試験開始の合図［チャイム］があるまで、この注意をよく読むこと。
２．試験開始の合図［チャイム］があるまで、この問題の印刷されている冊子を開かないこと。
３．試験開始の合図［チャイム］の後に問題用紙ならびに解答用紙の定められた位置に受験番号、氏名を記入すること。
４．解答はかならず定められた解答用紙を用い、それぞれ定められた位置に問題の指示に従って記入すること。
５．解答はすべて黒鉛筆を用いてはっきりと読みやすく書くこと。
６．質問は文字に不鮮明なものがあるときにかぎり許される。
７．問題に、落丁、乱丁の箇所があるときは手をあげて交換を求めること。
８．試験開始後６０分以内および試験終了前１０分間は、退場を認めない。
９．試験終了の合図［チャイム］があったとき、ただちに筆記用具を置くこと。
１０．試験終了の合図［チャイム］の後は、問題用紙および解答用紙はすべて本表紙を上にして、通路側から解答用紙、問題用紙の順に並べて置くこと。いっさい持ち帰ってはならない。
なお、途中退場の場合は、すべて裏返しにして置くこと。
１１．その他、監督者の指示に従うこと。
１２．解答用紙の余白および裏面については計算に利用してもよい。

受験番号		氏　　名	

$\boxed{1}$ 空間内の四面体 OABC について，$|\overrightarrow{OA}|=3\sqrt{2}$，$|\overrightarrow{OB}|=4$，$|\overrightarrow{OC}|=3$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\dfrac{9}{2}$，

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=\dfrac{11}{2}$，$\angle BAC=60^\circ$ とする。このとき以下の①から⑨に該当する数値を答えなさい。

$|\overrightarrow{AB}|=\boxed{①}$ ，$|\overrightarrow{AC}|=\boxed{②}$ であり，また，$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=\boxed{③}$ である。

$\angle BAC$ の二等分線と辺 BC の交点を D とするとき，

$\overrightarrow{OD}=\boxed{④}\,\overrightarrow{OA}+\boxed{⑤}\,\overrightarrow{OB}+\boxed{⑥}\,\overrightarrow{OC}$ である。

$\triangle OAC$ の重心 G と点 B を結ぶ線分が $\triangle OAD$ と交わる点を E とするとき，

$\overrightarrow{OE}=\boxed{⑦}\,\overrightarrow{OA}+\boxed{⑧}\,\overrightarrow{OB}+\boxed{⑨}\,\overrightarrow{OC}$ である。

なお，この空間の任意のベクトル $\vec{p}$ は，実数 s，t，u を用いて，

$\vec{p}=s\,\overrightarrow{OA}+t\,\overrightarrow{OB}+u\,\overrightarrow{OC}$

の形に表すことができ，しかも，表し方はただ１通りである。

$\boxed{2}$ $p\neq0$ として，xy 座標平面上の直線 l を $l:y=mx+p$，行列 $A=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$ の表す１次変換

を f とする。このとき下記の問いに答えなさい。

[1] f により，直線 l 上の各点がすべて直線 l 上の点に移る場合，c，d を m，a，b を用いて

表すと，

$c=\boxed{①}$ ，$d=\boxed{②}$ となる。

[2] 上問[1]で $m=-1$, $a=2$, $b\neq1$ とする。f により，直線 l 上の点 R が R 自身に移るとき，

R の座標を b，p を用いて表すと，

$R=(\boxed{③},\boxed{④})$ となる。

$\boxed{3}$ 数列$\{a_n\}$に対して，

$$b_n=\frac{a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n}{n},\quad c_n=\frac{a_1+2a_2+\cdots\cdots+na_n}{n}\quad (n=1, 2, 3,\ \cdots\cdots)$$

とおく。このとき下記の問いに答えなさい。

[1] 数列$\{a_n\}$が，初項 1，公比 2 の等比数列のとき，数列$\{a_n\}$の一般項は，$a_n=$ $\boxed{\text{①}}$

である。

数列$\{b_n\}$の一般項は，$b_n=$ $\boxed{\text{②}}$ であり，数列$\{c_n\}$の一般項は，$c_n=$ $\boxed{\text{③}}$

である。

[2] 数列$\{b_n\}$が，初項 1，公差 2 の等差数列のとき，数列$\{b_n\}$の一般項は，$b_n=$ $\boxed{\text{④}}$

である。

数列$\{a_n\}$の一般項は，$a_n=$ $\boxed{\text{⑤}}$ であり，数列$\{c_n\}$の一般項は，$c_n=$ $\boxed{\text{⑥}}$

である。

$\boxed{4}$ k を実数の定数とするとき，下記の問いに答えなさい。

[1] $f(x)=2x^3+x^2-5x+3$，$g(x)=x^4+x^2-(k+1)x+k$ とおく。k の値が変化するとき，

曲線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ の共有点の個数を調べなさい。

なお，解答用紙には導き方も記載しなさい。

[2] x についての方程式　$6\tan x+\cos x-k\sin x=0$　$\left(0<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$ を考える。

k の値が変化するとき，実数解の個数が 2 個であるのは $\boxed{\text{①}}$ のときである。

また実数解の個数が 1 個であるのは $\boxed{\text{②}}$ のときであり，実数解が存在しないのは $\boxed{\text{③}}$ のときである。

①，②，③に該当する k の条件を答えなさい。

以　上