令和６年度
一般選抜（前期）

９時００分～１０時３０分

数　学

問　題　冊　子	１　～　７　頁
解　答　用　紙	１　頁

注　意　事　項

１．試験開始の合図［チャイム］があるまで、この注意をよく読むこと。
２．試験開始の合図［チャイム］があるまで、問題冊子は表紙を上に、解答用紙は裏面を上に置き、問題冊子は開かないこと。
３．試験開始の合図［チャイム］の後に問題冊子ならびに解答用紙の全ページの所定の欄に受験番号と氏名を記入すること。
４．解答はかならず定められた解答用紙を用い、はっきり読みやすく記入すること。また解答欄以外には何も書かないこと。
５．問題冊子の余白および裏面を計算に利用してもよい。
６．試験開始６０分以内および試験終了前１０分間は、途中退場を認めない。
７．途中退場、質問、トイレ、体調不良等で用件がある場合は、挙手のうえ監督者の指示に従うこと。
８．問題冊子に、落丁や乱丁があるときは、挙手のうえ交換を求めること。
９．試験終了の合図［チャイム］があったときは、ただちに筆記用具を置くこと。
１０．試験終了の合図［チャイム］の後は、解答用紙は裏返しにして、通路側に置くこと。なお、途中退場の場合は解答用紙を裏返しにして、問題冊子の上に置くこと。
１１．問題冊子は持ち帰ること。なお、途中退場する場合は問題冊子を持ち帰れない。
１２．その他、監督者の指示に従うこと。

受験番号		氏　　名	

◇M1(465―1)

$\boxed{1}$　以下の (1) 〜 (3) の $\boxed{\text{ア}}$ 〜 $\boxed{\text{カ}}$ にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

(1) 次の表は 6 人の生徒 A〜F の数学，物理の小テストの得点と 6 人の平均点であるが，D の数学の得点のみ表示されていない．

	A	B	C	D	E	F	平均
数学	8	8	6		8	10	7
物理	5	7	4	4	4	6	5

D の数学の得点は $\boxed{\text{ア}}$ であり，この 6 人の数学の得点の分散を既約分数で答えると $\boxed{\text{イ}}$ である．また，この 6 人の数学と物理の得点の相関係数は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{38}$ である．

(2) 3 次方程式 $x^3 + \sqrt[3]{4}x + 4 = 0$ の 3 つの解を α，β，γ とするとき，

$$\alpha + \beta + \gamma = \boxed{\text{エ}}$$
$$(10\sqrt[3]{2} - \alpha)(10\sqrt[3]{2} - \beta)(10\sqrt[3]{2} - \gamma) = \boxed{\text{オ}}$$

である．

(3) a を実数とし，$(x-a)^2$ で割り切れる 3 次多項式 $f(x)$ を考える．$f(x)$ の係数がすべて実数で，x^3 の項の係数が 1，$f(3) = 3$，$f'(3) = 1$ であるとき，a の値を求めると $a = \boxed{\text{カ}}$ である．

$\boxed{2}$ 3辺の長さが $\mathrm{AB}=2$, $\mathrm{BC}=3$, $\mathrm{AC}=t$ $(1<t<5)$ である $\triangle\mathrm{ABC}$ の辺 AC 上に点 D をとる．また，$\angle\mathrm{ABD}=\alpha$, $\angle\mathrm{CBD}=\beta$, $\angle\mathrm{ADB}=\theta$ とする．
以下の (1) ～ (3) の $\boxed{\text{キ}}$ ～ $\boxed{\text{タ}}$ に当てはまる適切な数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

(1) $\sin\alpha=\sin\beta$ のとき $\mathrm{AD}=\boxed{\text{キ}}\,t$ であり，$2\sin\alpha=\sin\beta$ のとき $\mathrm{AD}=\boxed{\text{ク}}\,t$ である．

(2) $2\sin\alpha=\sin\beta$ とする．このとき，$\triangle\mathrm{ABD}$, $\triangle\mathrm{CBD}$ に余弦定理をそれぞれ用いて，$\cos\theta$, $\cos(180^\circ-\theta)$ を BD と t を用いた式で表すと

$$\cos\theta=\frac{16\,\mathrm{BD}^2+\boxed{\text{ケ}}}{8t\,\mathrm{BD}}$$

$$\cos(180^\circ-\theta)=\frac{16\,\mathrm{BD}^2+\boxed{\text{コ}}}{24t\,\mathrm{BD}}$$

である．

(3) $2\sin\alpha=\sin\beta$ とし，$\mathrm{BD}=s$ とおく．s を用いて t^2 を表すと $t^2=\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{3}$ である．
また $\cos\alpha$ を s を用いて表すと，

$$\cos\alpha=\frac{16s^2+\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}\,s}$$

である．$\cos\alpha$ を s の関数と考えて，その最小値を求めると $\boxed{\text{セ}}$ である．また，$\cos\alpha$ が最小値をとるときの s, t の値を求めると $s=\boxed{\text{ソ}}$, $t=\boxed{\text{タ}}$ である．

$\boxed{3}$ a を正の実数，e を自然対数の底，$f(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ とし，座標平面上の曲線 $y = f(x)$ $(0 \leqq x \leqq a)$ を C_a で表す．C_a の長さは

$$L(a) = \int_0^a \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2}dx$$

である．

また $g(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$ とおくとき，

$$f'(x) = g(x) \ , \quad g'(x) = f(x) \ , \quad \{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 1$$

が成り立つ．以下の (1), (2), (4) の $\boxed{\text{チ}}$ ～ $\boxed{\text{ト}}$ にあてはまる適切な数，および (3), (4) に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

(1) $\dfrac{g(a)}{L(a)}$ の値は $\boxed{\text{チ}}$ である．

(2) $L(a) = 1$ のとき $f(a)$ の値と a の値を求めると $f(a) = \boxed{\text{ツ}}$, $a = \boxed{\text{テ}}$ である．

(3) $L(a) = 1$ のとき C_a 上に点 $\mathrm{P}_k(x_k,\ f(x_k))$ $(k = 0, 1, 2, \cdots\cdots, n)$ をとり，C_a の長さを n 等分する．ただし n は正の整数であり，$0 = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots\cdots < x_n = a$ とする．このとき，

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} f(x_k) = \int_0^1 \sqrt{1 + t^2}\, dt$$

となることを示せ．

(4) $t = g(u)$ という置換を用いて，定積分 $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{1 + t^2}\, dt$ を計算すると，その値は $\boxed{\text{ト}}$ である．また解答用紙の所定の欄に $\boxed{\text{ト}}$ の計算過程を記せ．

$\boxed{4}$ 以下の (1) ～ (3) に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) 次の $\boxed{\text{ナ}}$, $\boxed{\text{ニ}}$ にあてはまる数を答えよ.

$4n+1$ ($n=1, 2, 3, \cdots\cdots$) で表される自然数を考える. この形の数のうち, 小さい方から 5 番目の素数は $\boxed{\text{ナ}}$ で, 小さい方から 5 番目の合成数は $\boxed{\text{ニ}}$ である.

(2) a を自然数とする. a を用いて, 次の文中にある b を表せ.

$p_n = an+1$ ($n=1, 2, 3, \cdots\cdots$) とする. どのような自然数 m に対しても, $k = bm+1$ とおくと $p_k = b(am+1)$ となる.
ここで $b, am+1$ はともに 1 より大きい自然数なので, p_k は合成数である.

(3) c, d, e を自然数として $q_n = cn^2 + dn + e$ ($n=1, 2, 3, \cdots\cdots$) とする. c, d, e がどのような自然数であっても, q_n で表される数の中には合成数となるものがあることを示せ.

以　上