令和６年度　入学者選抜試験問題

一般選抜　令和６年１月22日

数　学　(60分)

Ⅰ　注意事項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　この問題冊子は16ページあります。ただし，出題ページは下記のとおりです。

　　4，6，7，8，10ページ

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督員に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，その説明と解答用紙の「記入上の注意」を読み，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

　①　**受験番号欄**

　　受験番号を記入し，さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。

　②　**氏名欄**

　　氏名・フリガナを記入しなさい。

5　試験開始後30分間および試験終了前５分間は退出できません。

6　この表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。**この問題冊子は試験終了後回収します。**

Ⅱ　解答上の注意

1　**「解答上の注意」が，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。**

受　験　番　号				

獨協医科大学　医学部

解答上の注意

解答はすべて解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がない限り，数字（0～9），符号（－，±），自然対数の底（e）のいずれかが入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つが，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。
なお，解答用紙に4つある解答欄の左肩の数字は，それぞれ大問の番号を表します。

例1　$\boxed{\text{アイウ}}$ に -83 と答えたいとき。

1	解答欄												
	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
イ	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	e
ウ	－	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	e

分数形で解答する場合は，**既約分数**で答えなさい。**符号は分子**につけ，分母につけてはいけません。

例2　$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

1	解答欄												
	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
エ	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
オ	－	±	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9	e
カ	－	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9	e

（問題は次ページから始まる）

1 A, B, C, D, E, F, G, H の 8 人は，それぞれ 4 冊の本 P, Q, R, S のうち，いずれか 1 冊を選ぶ。1 冊の本に対して 1 人だけがその本を選んだ場合，その本を選んだ人はその本を手に入れることができる。また，複数人に選ばれた本は，だれも手に入れることができない。

例えば，A～F の 6 人が本 P を選び，G, H がそれぞれ本 Q，本 R を選んだとすると，G, H はそれぞれ本 Q，本 R を手に入れることができ，本 P，本 S はだれも手に入れることができない。以下で「本の選び方」といえば，8 人全員の本の選び方をさす。

(1) A, B がそれぞれ本 P，本 Q を手に入れることができるような本の選び方は **アイ** 通りである。

A と B が本を手に入れることができるような本の選び方は **ウエオ** 通りである。

(2) 3 人が本を手に入れることができるような本の選び方は **カキクケ** 通りである。

(3) A と B の 2 人だけが本を手に入れることができるような本の選び方は **コサシ** 通りである。

(4) だれにも選ばれない本がちょうど 1 冊であり，かつ，A だけが本を手に入れることができるような本の選び方は **スセソタ** 通りである。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次に続く。

2 a, b は正の数，x, y は実数とし

$$(a+1)^{2x}+(a+1)^{2y}=b \quad \cdots\cdots \ (*)$$

とする。

(1) $a=1$，$b=3$，$y=-x$ とする。
$t=4^x$ とおくと，$(*)$ は t の式として

$$t^{\boxed{\text{ア}}}-\boxed{\text{イ}}\,t+\boxed{\text{ウ}}=0$$

と表され，これを満たす t の値は

$$t=\frac{\boxed{\text{エ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。このとき，

$$x=\log_2\frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}\pm\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(2) $y=-x+1$ のとき，$(*)$ を満たす x, y が存在するための a, b の条件は

$$b\geqq\boxed{\text{コ}}\,a+\boxed{\text{サ}}$$

である。

(3) $(*)$ を満たす x, y で，$0 \leqq x \leqq 1$ かつ $0 \leqq y \leqq 1$ であるようなものが存在するための a, b の条件は

$$\boxed{\text{シ}} \leqq b \leqq \boxed{\text{ス}}\, a^{\boxed{\text{セ}}} + \boxed{\text{ソ}}\, a + \boxed{\text{タ}}$$

である。

(4) 条件「$0 \leqq x \leqq 1$ を満たす任意の x に対し，$(*)$ と $0 \leqq y \leqq 1$ をともに満たすような y が存在する」が成り立つとき，a と b の間に成り立つ関係式は

$$b = a^{\boxed{\text{チ}}} + \boxed{\text{ツ}}\, a + \boxed{\text{テ}}$$

である。

3 a を正の定数とする。極方程式 $r = ae^{\theta}$ $(0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$ で表される曲線を C とする。

極座標が $(a,\ 0)$ である点を A とし，極を O とする。極方程式 $\theta = \dfrac{\pi}{6}$ で表される直線と曲線 C との 2 つの交点を B_1，B_2（ただし $\mathrm{OB}_2 > \mathrm{OB}_1$），極方程式 $\theta = \dfrac{\pi}{3}$ で表される直線と曲線 C との 2 つの交点を D_1，D_2（ただし $\mathrm{OD}_2 > \mathrm{OD}_1$）とするとき，三角形 $\mathrm{OB}_1\mathrm{D}_2$ の面積は $\dfrac{1}{8}e^{\frac{3}{2}\pi}$ である。

(1) 定数 a の値は $a = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。また，三角形 OAB_1 の面積を S_1，三角形 $\mathrm{OB}_2\mathrm{D}_2$ の面積を S_2 とすると，$\dfrac{S_2}{S_1} = e^{\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\pi}$ である。

(2) xy 平面上の曲線 C 上の点 P の直交座標を $(x,\ y)$ とすると，

$$\begin{cases} x = ae^{\theta}\cos\theta \\ y = ae^{\theta}\sin\theta \end{cases}$$

と表せる。

曲線 C の長さは，$e^{\boxed{\text{オ}}\pi} - \boxed{\text{カ}}$ である。

また，$0 < \theta < 2\pi$ とするとき，点 P における C の接線 ℓ と直線 OP とのなす角を α とおく。ただし，$0 \leqq \alpha \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とする。このとき，

$$\alpha = \frac{\pi}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(3) 点 B_1 における C の接線の極方程式は，

$$r\cos\left(\theta + \frac{\pi}{\boxed{\text{クケ}}}\right) = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}e^{\frac{\pi}{6}}$$

である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次に続く。

4 次の問いに答えなさい。

(1) $0 \leqq x \leqq 2\pi$ で定義された関数 $f(x) = \dfrac{\sqrt{3}\sin x}{2-\sqrt{3}\cos x}$ は,

$x = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\pi$ のとき極大値 $\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ をとり,

$x = \dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}\pi$ のとき極小値 $\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ をとる。

(2) k を実数とする。$0 \leqq x \leqq \pi$ で定義された関数

$$g(x) = \log(2-\sqrt{3}\cos x)^2 - kx$$

は $0 < x < \pi$ において，極大値をちょうど 1 つもつ。

(i) k のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ケ}} < k < \boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(ii) $0 < x < \pi$ における $g(x)$ の極大値を $M(k)$ とおく。k が(i)の範囲を動くとき，$M(k)$ のとり得る値の範囲を $M_1 < M(k) < M_2$ とすると，

$$M_1 = \log\frac{1}{\boxed{\text{シ}}} - \frac{\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}\pi,$$

$$M_2 = \log\left(\boxed{\text{ソ}} + \boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}\right)$$

である。

（下　書　き　用　紙）