令和６年度　入学者選抜試験問題

一般選抜　令和６年１月21日

数　学　(60分)

Ⅰ　注意事項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　この問題冊子は16ページあります。ただし，出題ページは下記のとおりです。

4，6，8，10ページ

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督員に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，その説明と解答用紙の「記入上の注意」を読み，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**受験番号欄**

受験番号を記入し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

②　**氏名欄**

氏名・フリガナを記入しなさい。

5　試験開始後30分間および試験終了前５分間は退出できません。

6　この表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。**この問題冊子は試験終了後回収します。**

Ⅱ　解答上の注意

1　**「解答上の注意」が，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。**

受　験　番　号				

獨協医科大学　医学部

解答上の注意

解答はすべて解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がない限り，数字（0～9），符号（－，±），自然対数の底（e）のいずれかが入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つが，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。
なお，解答用紙に4つある解答欄の左肩の数字は，それぞれ大問の番号を表します。

例1　$\boxed{\text{アイウ}}$ に -83 と答えたいとき。

1	解答欄												
	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
イ	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	e
ウ	－	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	e

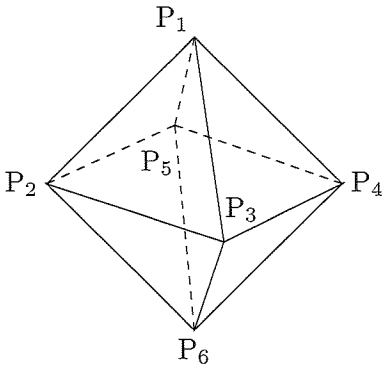
分数形で解答する場合は，**既約分数**で答えなさい。**符号は分子**につけ，分母につけてはいけません。

例2　$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

1	解答欄												
	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
エ	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
オ	－	±	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9	e
カ	－	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9	e

（問題は次ページから始まる）

1 正八面体 $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$ がある。1 個のさいころを投げて出た目が n のとき，頂点 P_n に赤い印をつけるという試行をくり返す。この試行を k 回終えた時点で両端に赤い印がついている辺を赤色で塗ったとき，赤色で塗られた辺の総数を m_k で表す。



(1) $m_2 = 1$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) $m_3 = 3$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$，$m_3 = 1$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(3) $m_4 = 2$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$，$m_4 = 0$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

(4) さいころを 4 回投げる場合において，辺 P_1P_2 が赤色に塗られるとき，$m_4 = 3$ である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソタ}}}$ である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次に続く。

2 座標空間に球面 $S : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 9 = 0$ があり，点 A(3, 2, -2) は球面 S 上の点である。

点 (3, 4, 6) を通り $\vec{d} = (1,\ 1,\ 2)$ に平行な直線を ℓ とし，ℓ と S の 2 つの交点のうち，x 座標が負であるものを B，正であるものを C とする。

(1) 点 B，C の座標は，それぞれ，

$$\mathrm{B}\left(-\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}},\ -\boxed{\text{ウ}}\right),\ \mathrm{C}\left(\boxed{\text{エ}},\ \boxed{\text{オ}},\ \boxed{\text{カ}}\right)$$

である。

(2) 平面 ABC に垂直で，かつ y 成分が正であるような単位ベクトルの成分表示は

$$\frac{1}{\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}\left(\boxed{\text{ケコ}},\ \boxed{\text{サ}},\ \boxed{\text{シス}}\right)$$

である。

(3) 三角形 ABC の外心を J とすると，J の座標は

$$\mathrm{J}\left(\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}},\ \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{ソ}}},\ \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\right)$$

である。

(4) 球面 S 上に点 D をとる。ただし，点 D は平面 ABC 上にないものとする。
このとき，四面体 ABCD の体積の最大値は，

$$\boxed{\text{テ}} + \frac{\boxed{\text{トナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次に続く。

3 数列 $\{a_n\}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ は

$$a_n > 0\ ,\ \sum_{k=1}^{n} {a_k}^2 = 3n^2 + 2n$$

を満たす。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項は，$a_n = \sqrt{\boxed{\text{ア}}\ n - \boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) xy 平面において，点列 P_n，Q_n，R_n を

$$\mathrm{P}_n\left(a_n,\ \frac{1}{{a_n}^2}\right)\ ,\ \mathrm{Q}_n\left(0,\ \frac{1}{{a_n}^2}\right)\ ,\ \mathrm{R}_n(a_n,\ 0)$$

と定義する。四角形 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{Q}_{n+1}\mathrm{P}_{n+1}$ の面積を S_n，四角形 $\mathrm{P}_n\mathrm{R}_n\mathrm{R}_{n+1}\mathrm{P}_{n+1}$ の面積を T_n とする。

(i) S_n を n を用いて表すと

$$S_n = \frac{\boxed{\text{ウ}}\left(\sqrt{\boxed{\text{エ}}\ n - \boxed{\text{オ}}} + \sqrt{\boxed{\text{カ}}\ n + \boxed{\text{キ}}}\right)}{\left(\boxed{\text{エ}}\ n - \boxed{\text{ク}}\right)\left(\boxed{\text{カ}}\ n + \boxed{\text{ケ}}\right)}$$

である。

(ii) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{T_n}{S_n}} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(iii) t を実数の定数とする。$\displaystyle\lim_{n\to\infty} n^t S_n$ が 0 以外の有限な値 α に収束するとき

$$t = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\ ,\ \alpha = \frac{\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次に続く。

4 $x \geqq 0$ で定義された関数 $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+5}$ について，曲線 $y = f(x)$ を C_1 とする。

(1) $f(x)$ は $x = \sqrt{\boxed{\text{ア}}}$ のとき，極大値 $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ をとる。

また，C_1 の変曲点の座標は $\left(\sqrt{\boxed{\text{エオ}}},\ \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{クケ}}}\right)$ である。

(2) t を正の実数とする。xy 平面において，C_1 を x 軸方向に $-t$ だけ平行移動して得られる曲線を C_2 とする。C_1 と C_2 の交点の x 座標を α とすると

$$\alpha = \frac{\boxed{\text{コ}}\,t + \sqrt{t^2 + \boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。また，式 $\dfrac{(\alpha+t)^2+5}{\alpha^2+5}$ を t のみの式で表すと

$$\frac{(\alpha+t)^2+5}{\alpha^2+5} = \frac{\left(t + \sqrt{t^2 + \boxed{\text{サシ}}}\right)^2}{\boxed{\text{セソ}}}$$

となる。C_1，C_2 および y 軸で囲まれた部分の面積を $S(t)$ とすると

$$S(t) = \boxed{\text{タ}}\log\left(t + \sqrt{t^2 + \boxed{\text{サシ}}}\right) - \log\left(t^2 + \boxed{\text{チ}}\right) - \boxed{\text{ツ}}\log\boxed{\text{テ}}$$

である。t が $t > 0$ の範囲で変化するとき，$S(t)$ は $t = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{トナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ のとき最大値をとる。

（下　書　き　用　紙）