

東京女子医科大学  
数 学

平成31年度

- 1) 数列  $\{a_n\}$  に対して、初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  と表す。 $S_{n+1} = 3S_n + 4n^3 + 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )、 $S_1 = 1$  を満たすとき、以下の問いに答えよ。

- ①  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。  
 ②  $\{S_n\}$  を  $n$  の式で表せ。

|     |           |           |
|-----|-----------|-----------|
| 解答欄 | ① $a_n =$ | ② $S_n =$ |
|-----|-----------|-----------|

- 2)  $f(x) = \frac{x+2}{x^2+2x+2}$  とおく。座標平面上において、曲線  $y = f(x)$  上の  $x > 0$  である点 P と原点 O を通る直線を  $\ell_1$ 、 $\ell_1$  と直交し点 P を通る直線を  $\ell_2$  とする。 $\ell_2$  と  $x$  軸の交点を Q とする。

- ① P の座標を  $(t, f(t))$  とおくとき、三角形 OPQ の面積  $S(t)$  を  $t$  を用いて表せ。  
 ② ①の  $S(t)$  に対して、 $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t)$  の値を求めよ。

|     |            |  |
|-----|------------|--|
| 解答欄 | ① $S(t) =$ | ② $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) =$ |
|-----|------------|--|

3) 0, 2, 4, 6, 8 の5つの数字から異なる4つの数字を並べて4桁で2000以上の整数を作ることを考える。

- ① 作られる整数は全部で何通りか。
- ② 4の倍数の整数は全部で何通りか。
- ③ 6の倍数の整数は全部で何通りか。
- ④ 12の倍数の整数は全部で何通りか。

|     |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|
| 解答欄 | ① | ② | ③ | ④ |
|-----|---|---|---|---|

4) 定数  $a$  に対して,  $f(x) = (x - 1)^2 + a \log x$  ( $x > 0$ ) とおく。ただし, 対数は自然対数とする。

- ①  $f(x)$  が  $x > 0$  で少なくとも 1 つ極値をもつとき,  $a$  の範囲を求めよ。
- ②  $f(x)$  が  $x > 0$  で異なる 2 つの極値をもつとき,  $a$  の範囲を求めよ。

|     |   |   |
|-----|---|---|
| 解答欄 | ① | ② |
|-----|---|---|