

2010 年度

数 学

I 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. この問題冊子は4頁あります。

試験開始後、頁の落丁・乱丁及び印刷不鮮明、また解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。

3. 監督者の指示にしたがって解答用紙の下記の該当欄にそれぞれ正しく記入し、マークしなさい。

① 受験番号欄

受験番号を4ケタで記入し、さらにその下のマーク欄に該当する4ケタをマークしなさい。 (例)受験番号 0025 番 →

0	0	2	5
---	---	---	---

 と記入。

② 氏名欄 氏名・フリガナを記入しなさい。

4. 受験番号が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
5. 試験終了後、問題冊子および解答用紙を机上に置き、試験監督者の指示に従い退場しなさい。

II 解答上の注意

1. 問題の文中の **ア**, **イウ** などの **□** には、とくに指示のないかぎり、数値または符号(−, ±)が入ります。これらを次の方法で解答用紙の指定欄に解答しなさい。

(1) ア, イ, ウ, …の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字、または、−, ±, のいずれか一つに対応します。それらをア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークしなさい。

[例] **アイ** に −8 と答えたいとき

ア	●	⊕	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	⊕	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9

(2) 分数形で解答が求められているときは、既約分数で答えなさい。符号は分子につけて、分母につけてはいけません。

[例] **ウエ** に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき
オ

ウ	●	⊕	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	⊖	⊕	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
オ	⊖	⊕	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

解答上の注意は裏表紙に続くので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

1

(1) 数列 $\{a_n\}$ が関係式

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 3a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められているとき、

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{5^n} = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

(2) 座標平面上の曲線 $C: y = \frac{x+1}{x^2+1}$ と直線 $L: y = 1$ とで囲まれた部分の面積を S とすれば

$$S = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \log 2 + \frac{\pi}{\boxed{\text{力}}} - \boxed{\text{キ}}$$

である。ただし、対数は自然対数とする。

2

(1) $f(x)$ は定義域が実数全体であるような関数であり、 t についての 2 次方程式

$$t^2 + 10(x+2)t + x^2 + f(2x+3) = 0$$

がすべての実数 x に対して重解をもつとする。このとき

$$f(x) = \boxed{\text{ア}} x^2 + \boxed{\text{イウ}} x + \boxed{\text{エ}}$$

である。

(2) a を定数とし、関数

$$f(x) = ax + \cos 2x + \sin x + \cos x$$

を考える。任意の値 u, v について、

$$u < v \text{ ならば } f(u) < f(v)$$

が成り立つような a の値の範囲は

$$a \geq \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

3

座標平面の4点 $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(0, 1)$, $C(1, 1)$ を考える。直線 OA , OB , OC それぞれの上に動点 P , Q , R がある。正の数 t に対して、動点 P , Q , R が

$$\overrightarrow{OP} = 45t\overrightarrow{OA}, \quad \overrightarrow{OQ} = 60t\overrightarrow{OB}, \quad \text{かつ} \quad \overrightarrow{OR} = (1-t)\overrightarrow{OC}$$

により表されている。

(1) $f(t) = |\overrightarrow{PQ}|$ とおくとき、関数 $f(t)$ の $t = 1$ における微分係数は

$$f'(1) = \boxed{\text{アイ}} \quad \text{である。}$$

(2) 3点 P , Q , R が一直線上にあるのは

$$t = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオカ}}}$$

のときである。

4

座標平面上の曲線 $C_1 : x = \sqrt{2y^2 + \frac{25}{2}}$ と放物線 $C_2 : y = ax^2$ がただ1つの
共有点 P をもつように正の定数 a が定められている。

(1) $a = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

(2) 点 P の座標は $\left(\boxed{\text{工}}, \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \right)$ である。

(3) 点 P における曲線 C_1 の接線の方程式は

$\boxed{\text{キ}}x - \boxed{\text{ク}}y - 5 = 0$

である。