日本大学　医学部

数　　学

1～5ページ

注　意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません．
2. 試験開始後，ただちにページ数を確認し，落丁や印刷の不鮮明なものなどがあれば申し出なさい．
3. 解答は，別に配られる解答用紙の所定の場所に記入しなさい．
4. 解答時間は75分間です．
5. 受験番号を，解答用紙の所定欄に記入しなさい．
6. 試験終了後，**解答用紙のみを提出しなさい**．問題冊子は**持ち帰りなさい**．

1　以下の設問(1)～(8)については，答えだけを解答欄に書きなさい．

(1)　m を定数とする．2 次関数 $y = x^2 - 2mx + 5m + 6$ のグラフと x 軸の負の部分が異なる 2 点で交わるとき，定数 m のとり得る値の範囲を求めなさい．

(2)　放物線 $y = x^2 - x + 2$ を x 軸方向に $\frac{1}{2}$，y 軸方向に $-\frac{1}{2}$ だけ平行移動して得られる放物線と直線 $y = x$ の共有点の座標を求めなさい．

(3)　赤玉 5 個と白玉 4 個，合計 9 個の玉が入っている袋から 4 個の玉を同時に取り出すとき，赤玉が 2 個，かつ，白玉が 2 個である確率を求めなさい．

(4)　座標平面上に 3 点 A$(-2, 3)$，B$(1, 4)$，C$(5, 6)$をとり，線分 AB と線分BC を引く．AB の垂直 2 等分線を l，BC の垂直 2 等分線を m とするとき，l と m の交点の座標を求めなさい．

(5) $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \dfrac{2a_n}{3a_n + 1}$, $(n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$で定められる数列$\{a_n\}$の一般項を求めなさい.

(6) $\left(\dfrac{1}{6}\right)^{150}$を小数で表したとき，小数第何位に初めて0でない数字が現れるか.
ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$とする.

(7) 原点Oの座標平面上に2点A$(4, -3)$，B$(2, 5)$をとり，三角形OABを作る.
辺OAを$2:1$に内分する点をC，辺OBを$3:2$に内分する点をDとする．線分BCと線分ADを引き，その2つの線分の交点をEとするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OE}}$を求めなさい．答えは，成分で表しなさい.

(8) 2次行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$と自然数$n$に対して$A$の$n$乗$A^n$を考える.
$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$とおくとき，$(x_n)^2 + (y_n)^2$を$n$を用いた式で表しなさい.

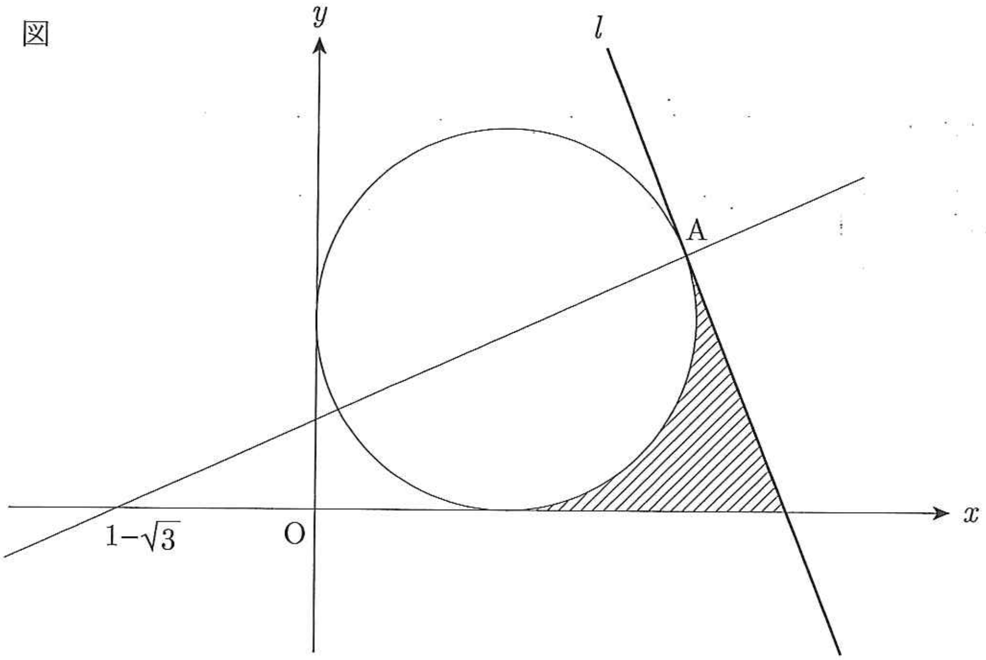
2　原点Oの座標平面上に円 C: $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ を描き，2点 $(1-\sqrt{3},\ 0)$，$(1,\ 1)$ を通る直線と円Cの交点のうち，x座標が1より大きいほうの点をAとする（図を参照）．また，点Aにおける円Cの接線を l とする．以下の問いに答えなさい．ただし，(1)，(2)については答えだけを解答欄に書きなさい．

(1)　l の方程式を求めなさい．

(2)　図の斜線部分の面積を求めなさい．

(3)　l と x 軸の両方に接して，かつ，円Cと外接する円のうち，半径が円Cの半径よりも小さいものを円 C_1 とする．以下同様に，$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$ に対して，l と x 軸の両方に接して，かつ，円 C_n と外接する円のうち，半径が円 C_n の半径よりも小さいものを円 C_{n+1} とする．いま，円 C_n の面積を S_n $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ で表すとき，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ を求めなさい．

図



3　平行六面体 ABCD-EFGH は，$AB=2$，$AD=3$，$AE=1$，$\angle BAD=60^\circ$，$\angle BAE=90^\circ$，$\angle DAE=90^\circ$ をすべて満たしている．辺 FG を $1:2$ に内分する点を J とし，3 点 E，B，J を頂点とする三角形 EBJ を作るとき，以下の問いに答えなさい．ただし，(1)，(3) については答えだけを解答欄に書きなさい．

(1)　三角形 EBJ の面積を求めなさい．

(2)　三角形 EBJ の面と線分 FD の交点を K とする．$\overrightarrow{EK}$ を $\overrightarrow{EB}$ と $\overrightarrow{EJ}$ を用いて表しなさい．

(3)　(2) の線分 EK の延長と線分 BJ との交点を L とする．4 点 K，F，B，L を頂点とする四面体 KFBL の体積を求めなさい．

4　$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$ に対して $I_n=\displaystyle\int_0^1 \frac{x^{2n}}{1+x^2}\,dx$ を考える．以下の問いに答えなさい．

(1)　I_1 を求めなさい．さらに，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} I_n$ を求めなさい．

(2)　$I_n - I_{n+2}$ を n の分数式で表しなさい．さらに，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(4n-1)(4n+1)}$ を求めなさい．