

日本医科大学

平成30年度 入学試験問題

数学問題用紙(前期)

試験時間	90分
問題用紙	1~10頁

注意事項

1. 指示があるまで問題用紙は開かないこと。
2. 問題用紙および解答用紙に落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 解答が終わっても、または試験を放棄する場合でも、試験終了までは退場できない。
4. 携帯電話等の電子機器類は電源を必ず切り、鞄の中にしまうこと。
5. 机上には、受験票と筆記用具(鉛筆、シャープペンシル、消しゴム)および時計(計時機能のみ)以外は置かないこと。(耳栓、コンパス、定規等は使用できない。)
6. 問題用紙および解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
7. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入すること。欄外には何も書かないこと。
8. この問題用紙の余白は自由に用いてよい。
9. 質問、トイレ、体調不良等で用件のある場合は、無言のまま手を挙げて監督者の指示に従うこと。
10. 中途退室時は、問題用紙および解答用紙を裏返しにすること。
11. 受験中不正行為があった場合は、試験の一切を無効とし、試験終了時間まで別室で待機を命じる。
12. 試験終了後、解答用紙は裏返し、問題用紙は持ち帰ること。

受験番号		氏名	
------	--	----	--

[ I ]  $x$  の 3 次方程式  $x^3 + 6x^2 - px - q = 0$  (ただし  $p, q$  は実数の定数) が相異なる 3 つの実数解をもち、それらを適当に並べると等比数列になるという。1 つの解が 4 であるとき、他の 2 つの解と  $p, q$  の値を求めよ。解答欄には答えのみを記入せよ。

[ II ] 1から6までの番号をつけた6枚のカードから同時に3枚を取り出す。引いたカードに書かれている数字を  $a, b, c$  とする。 $O$  を原点とする  $xy$  平面において3点  $(a, a^2), (b, b^2), (c, c^2)$  を頂点とする三角形の面積を  $S$  とするとき、以下の各問い合わせのみを解答欄に記せ。

問1  $S$  を  $a, b, c$  を用いて表せ。

問2  $S$  の最大値と最小値を求めよ。

問3  $S$  が偶数となる確率を求めよ。

[ III ] 次の等式を満たす  $x > -1$ において定義された微分可能な関数  $f(x)$  を求めよ。

$$f(x) = \log(x+1) + \int_0^x f(x-t) \sin t dt$$

[ IV ] 複素数  $z$  ( $z \neq 0, 2$ ) に対して

$$w = \frac{1}{|z|^2 - 2z}$$

とおく。複素数  $w$  が純虚数であるときに  $z$  が動く複素数平面上の図形を  $C$  として、以下の各問に答えよ。

問1 図形  $C$  を複素数平面上に図示せよ。

問2  $C$  上の  $z$  に対して、複素数平面上の 3 点  $\frac{5}{6}, z, z^2$  を頂点とする三角形の面積を  $S(z)$  とする。このとき、 $S(z)$  の最大値と、最大値を与える  $z$  の値をそれぞれ求めよ。

[V]  $C$  は 2 点  $A, B$  を焦点とする橿円とし、 $AB = 2\sqrt{3}$ ,  $C$  の長軸の長さが 4 であるとする。 $C$  上の点で長軸上にない点を  $P$  とする。直線  $PA$  が  $P$  と異なる点で  $C$  と交わる点を  $Q$  とし、直線  $PB$  が  $P$  と異なる点で  $C$  と交わる点を  $R$  とする。また線分  $AR$  と線分  $BQ$  の交点を  $S$  とする。 $\vec{a} = \overrightarrow{PA}, \vec{b} = \overrightarrow{PB}$  とし、 $l = |\vec{a}|$  とおくとき、以下の各問い合わせよ。

問1  $l$  の値の範囲を求めよ(答えのみでよい)。

問2  $\overrightarrow{PQ} = (1+s)\vec{a}, \overrightarrow{PR} = (1+t)\vec{b}$  を満たす実数  $s, t$  を、 $l$  を用いて表せ。

問3  $\overrightarrow{PS} = u\vec{a} + v\vec{b}$  を満たす実数  $u, v$  を、 $l$  を用いて表せ。

問4 三角形  $SAB$  の面積を  $T_1$ , 三角形  $SQR$  の面積を  $T_2$  とする。 $8T_1 = 3T_2$  を満たす  $l$  の値を求めよ。