

物理

解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。

I 以下の各設問に答えよ。

- (a) 重力加速度 g [m/s^2] の空間に、摩擦のない斜面と動摩擦係数 0.5 の水平面からなる固定されたすべり台がある。質量 1 kg の物体が高さ 10 m の位置から初速 0 m/s で斜面をすべり落ちた。物体は水平面上を何メートル進んで停止するか。
- (b) 1.0 MeV の β 線源 1.0×10^{-6} mol の発生するエネルギーを用いて 1.0 kg の水を加熱すると水温は何度上昇するか。水の比熱を 4.0 J/gK 、電気素量を $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ 、アボガドロ定数を $6.0 \times 10^{23} / \text{mol}$ とせよ。
- (c) 以下の ①～⑤ の記述の中で最も適切なものを選び番号で答えよ。
- ① アルミニウムの比熱は 0.9 J/gK 、鉄の比熱は 0.4 J/gK なので、同じ質量の物体に同じ熱量を与えたときの温度上昇はアルミニウムの方が大きい。
 - ② 中性子は電荷をもたず物質との電氣的相互作用がないので、物質を変化させない。
 - ③ 死んだ古い生物体に含まれる ^{14}C と ^{12}C との含有比率を測定することにより、その生物の生存期間を決定できる。
 - ④ 水面上に 2 つの波源があり、ひとつは振動数 f 、他のひとつは振動数 $2f$ で振動している。2 つの波源を結ぶ線分の中点は $3f$ で振動する。
 - ⑤ 一定の張力で張った弦の振動波形を観察したところ、きれいな正弦波はみられなかった。これは、基本振動数の整数倍の振動が含まれていることによる。
- (d) 冷凍庫から取り出した氷のかたまり数個をコップに入れ少量の水をかけたところ、氷同士がくっついた。この理由を 40 文字以内で記述せよ。

II 次の文章の **ア** ~ **エ** に適するものをそれぞれの解答群から選び番号で答えよ。また、**オ** には適切な数式を記入し、問1、問2に答えよ。以下において、光線が光軸となす角度は十分に小さいと仮定する。

人間の目は光刺激を受容する感覚器官であり、空気中での波長 $7 \times$ **ア** m ~ $4 \times$ **イ** m の光を感知することができる。目の内部は液体で満たされているので、空気中と比較すると、目の内部での光の波長は **ウ**，光の周波数は **エ**。

ア の解答群

- ① 10^{-3} ② 10^{-4} ③ 10^{-5} ④ 10^{-6} ⑤ 10^{-7}

イ の解答群

- ① 10^{-3} ② 10^{-4} ③ 10^{-5} ④ 10^{-6} ⑤ 10^{-7}

ウ の解答群

- ① 長くなり ② 短くなり ③ 変化せず

エ の解答群

- ① 高くなる ② 低くなる ③ 変化しない

図1(a)に目を単純化した断面図、図1(b)に目の光学モデルとしての投影望遠鏡を示す。この投影望遠鏡は、直径 d の円孔、焦点距離 f の凸レンズおよびレンズから f 離れた位置に置かれたスクリーンからなり、円孔とスクリーンの間も空気で満たされている。投影望遠鏡は、光軸に対して角度 ϕ で入射した平行な光線をスクリーン上の $r =$ **オ** の位置に結像する。ただし、 r は光軸からの距離とする。

ところが、光の回折効果により平行な光線をレンズに入射しても焦点には広がりのあるぼやけた輝点が形成される。回折の大きさを調べるため、図2に示すように光軸に平行に伝搬する波長 λ の単色光を直径 d の円孔に入射し、円孔から十分離れた距離 L に設置されたスクリーン上での光強度を観測した。スクリーン上に観察された光の強度を図3に示す。ただし、図3の横軸は $\theta \equiv \frac{s}{L}$ であり、 s は図2におけるスクリーン上での光軸からの距離である(ただし $s \ll L$)。光軸に平行な光線は、円孔を通過させることで光軸に対して様々な角度をなす光線として回折することがわかる。回折パターンは図3のような形状をしているが、ここでは回折による広がりを目安を、回折光の強度が極小になる最小の角度 θ_{\min} で表す。 $\theta_{\min} \equiv \frac{1.2\lambda}{d}$ となることが知られている。

問1 厳密な計算をしなくても幾何学的考察により θ_{\min} が $\frac{\lambda}{d}$ の関数によって与えられることの理由を説明せよ。

次に、回折効果による投影望遠鏡の角度分解能について説明する。無限遠方の2つの光源 A, B の発する光が投影望遠鏡に光線 A, B として入射している。このとき、光線 A, B のなす角度が θ_{\min} より大きければ、光線が回折効果により広がったとしても光源 A と光源 B は異なる光源であると識別される。一方、光線 A, B のなす角度が θ_{\min} より小さい場合には、回折による光線の広がりによって光源 A, B は同一光源のように見える。したがって、投影望遠鏡の角度分解能は θ_{\min} である。

問2 人間の目は、虹彩における光の回折により角度分解能の上限が決まる。人間の目の構造は投影望遠鏡と同じであるとして、回折効果による視力の上限を $d = 5.0\text{mm}$ として数値で求めよ。ただし、分単位 ($\frac{1}{60}$ 度 = 1分) で表した目の角度分解能が α のとき、視力を $\frac{1}{\alpha}$ で定義する。たとえば、角度分解能 1.0 分は視力 1.0 である。

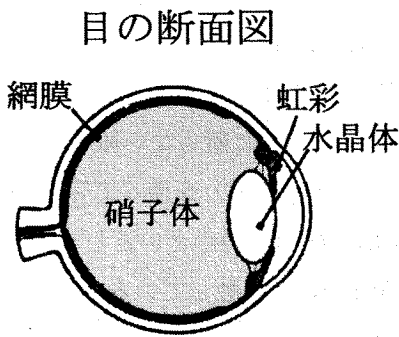


図 1 (a)

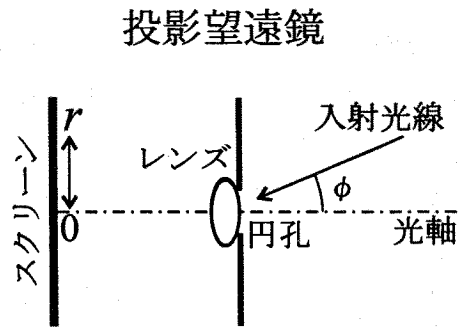


図 1 (b)

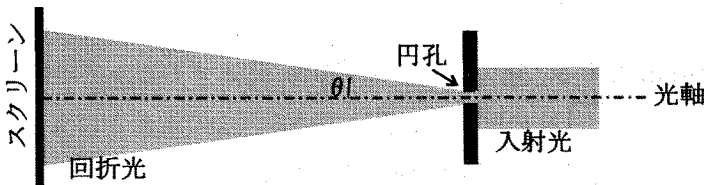


図 2

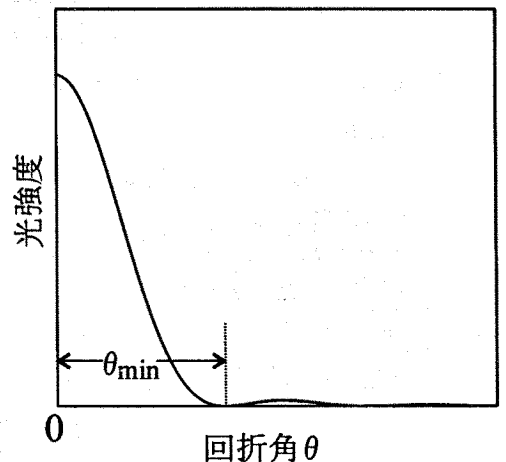


図 3

Ⅲ 以下の文章の空欄 ～ には適切な語、 ～ には数値を入れ、問1～問3に答えよ。①～⑩の空欄に入れる数値は有効数字1桁で答えよ。

距離 r 離れた2つの点電荷 q_1, q_2 の間には、 $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ の力が働く。これを静電気に関する の法則とよぶ。 k を求めるための2つの実験について考える。

実験1 (図1) では、台上に固定した2つの鉄球 A, B と糸でつるした竹ひご両端の鉄球 A', B' に同量の電荷を与え、電荷間の反発力と糸のねじれの関係から、比例定数 k を求める。実験2 (図2) では、糸につるした2つの鉄球 E, F に同量の電荷を与え、反発力と2本の糸のなす角度の関係から k を求める。

実験1 で用いる糸を太さが一様な細長い円柱とみなす。糸のねじれの角度と偶力のモーメントの間には、ばねの伸びと弾性力の間で成立する の法則と同様な関係が成り立つ。なぜなら、図3のような円柱の下端を偶力のモーメント M [Nm] でねじるとき、固定端から x [m] の位置での円柱の垂直断面の回転角を ϕ [rad] とし、

$$M = D \frac{\phi}{x} \quad (1)$$

の関係が成り立つからである。 D をねじれ剛性とよぶ。 は半径 a の円柱について、 $D = \frac{\pi G a^4}{2}$ の関係を導いた (π は円周率)。 G は剛性率とよばれ、ある種の歪みを物体に与えるときの弾性に関する比例定数である。実験1, 2 では長さ 1.0 m, 直径 0.10 mm のナイロン糸を用いる。ナイロンの剛性率から計算した糸のねじれ剛性は $D = 1.0 \times 10^{-8}$ [Nm²] である。

実験1, 2 において、鉄球の質量はすべて等しく 1.0 g であり、特に断らない限り大きさは無視できる。実験では、 3.0×10^6 ベクレルの β 線源 (大きさは無視できる) を使って等方的に電子を放射させ鉄球を帯電させる。以下の考察では、角度 ϕ および θ は十分小さいとしてよい。

実験1 では、糸のねじれがないときに、鉄球 A と A', B と B' は接触している。A, B 間および A', B' 間の距離は 20 cm である。鉄球 A と A' の距離を 2.0 cm とするための偶力のモーメントは、式 (1) より Nm である。このとき、鉄球 A と A', B と B' の間にはそれぞれ N の反発力が働いている。 の法則の比例係数を $k = 9.0 \times 10^9$ Nm²/C² とし、鉄球1個あたりの電荷量を見積もると C であり、電気素量 1.6×10^{-19} C を使って電子の個数に換算すると 個となる。鉄球の半径を 3.0 mm とすると、 β 線源を鉄球の中心から 1.0 cm の距離に近づけて1個の鉄球を帯電させるには 秒かかる。ただし、鉄球に衝突した電子はすべて鉄球に吸収されるものとする。

実験2 においても、鉄球間の距離を 2.0 cm とする。重力加速度を 10.0 m/s² とすると、糸の張力は N であり、鉄球 E, F の間には N の反発力が働いている。この大きさは実験1 の場合の 倍であるので、実験1 と同じ方法で1個の鉄球を帯電させるのに要する時間は 倍である。つぎに、この鉄球が単独で存在すると仮定して、表面の電位を求めてみる。鉄球外部の電場は中心に同量の電荷が集中したときと同じである。したがって、 $k = 9.0 \times 10^9$ Nm²/C², 無限遠を電位 0V とすると、半径 3.0 mm の鉄球表面の電位は V である。

以上の考察から、小さな電荷量で大きな角度変化を得たいときには、 の方が適していると考えられる。

問1 式(1)における ϕ と x の関係を簡潔に説明せよ。

問2 実験2の方法において、糸の長さを l 、重力加速度を g 、鉄球の質量を m 、糸の開き角を 2θ 、1個の鉄球に与える電荷量を q とするとき、 k を表す式を導け。ただし、近似 ($\sin\theta \approx \theta$ など) は使わないこと。

問3 実験1における鉄球は、電荷を帯びていないときには単振動することが以下の考察からわかる。竹ひごの質量が無視できるとして、単振動の周期を求めよ。

「竹ひごの長さを $2L$ とする。竹ひごが角度 ϕ 回転したとき、鉄球は円周上で $L\phi$ の変位にある。ねじれた糸が元に戻ろうとすると、1個の鉄球には円周方向逆向きに $\frac{M}{2L}$ の力が働く。したがって、式(1)より、鉄球に働く力は円周上の変位に比例し、変位と逆向きである。」

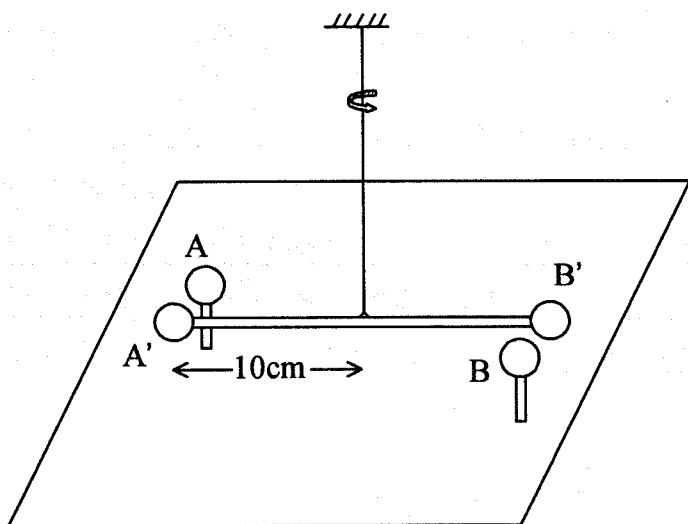


図1

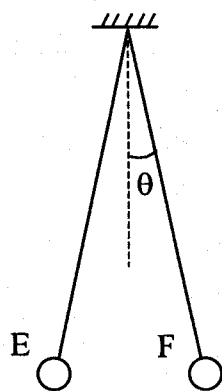


図2

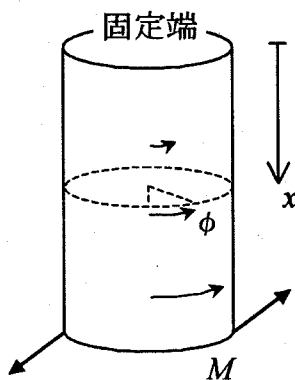


図3