

※学士は設問【1】は必須、
【2】又は【3】はどちらか
選択

試験時間 80分

- 注意事項
1. 数学(選抜)の問題は3枚である。3枚とも解答すること。
 2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
 3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。

【1】 つぎの にあてはまる答を下の解答欄に記せ。

(1) 関数 $f(x) = 6 \sin^2 x + 2 \cos x \cos 2x - 7 \cos x - 6$ ($0 \leq x \leq \pi$) に対して、 $t = \cos x$ とおき、 $f(x)$ を t の式で表すと $f(x) =$ (ア) となる。
 $f(x)$ は、 $x =$ (イ) のとき最大値 (ウ) をとり、 $x =$ (エ) のとき最小値 (オ) をとる。

(2) 双曲線 $C: \frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{2^2} = 1$ 上の点 $A(5, a)$ が第1象限内の点のとき、 $a =$ (カ) である。点 A における曲線 C の接線 l の方程式は $y =$ (キ) である。接線 l が C の漸近線 $y = \frac{2}{3}x$ と交わる点を P 、もう1つの漸近線 $y = -\frac{2}{3}x$ と交わる点を Q とする。このとき、 AP の長さは (ク) , $\frac{AP}{AQ}$ の値は (ケ) である。

(3) 赤、青、黄、緑のカードが2枚ずつ合計8枚ある。8枚のカードから4枚を取り出し、左から順に並べるとき、

- (i) 並べたものに緑のカードがない確率は (コ) である。
- (ii) 並べたものが2色からなる確率は (サ) である。
- (iii) 並べたものが4色からなる確率は (シ) である。
- (iv) 同じ色のカードが隣り合わないように並ぶ確率は (ス) である。

【2】 行列 A の表す1次変換は、直線 $2y = x$ 上のすべての点 (x, y) を点 $(5x, 5y)$ に、直線 $y = -x$ 上のすべての点 (x, y) を点 $(2x, 2y)$ に移す。

(1) 行列 A を求めよ。

答

(2) $P = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ とおくとき、 $P^{-1}AP$ を求めよ。

答

(3) $\begin{pmatrix} p_1 \\ q_1 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ とおき、 p_n, q_n ($n = 2, 3, \dots$) を $\begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} p_{n-1} \\ q_{n-1} \end{pmatrix}$ で定める。 p_n, q_n を n を用いて表せ。

答

(4) 原点 O と点 (p_n, q_n) の距離を d_n とするとき、極限値 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d_{n+1}}{d_n}$ を求めよ。

答

【3】 n は2以上の自然数とする。 x の関数 $f(x)$ を $f(x) = \frac{d^n}{dx^n}(x^2 - x)^n$ で定義する。

(1) $f(x)$ は何次の多項式になるか答えよ。また、 $f(x)$ の最高次の項の係数を求めよ。

答

(2) m が n より小さい自然数のとき、 $\frac{d^m}{dx^m}(x^2 - x)^n$ は $(x^2 - x)^{n-m}$ と m 次の多項式の積で表されることを示せ。

(3) 多項式 $g(x)$ に対して、 $\int_0^1 f(x)g(x)dx = (-1)^n \int_0^1 (x^2 - x)^n g^{(n)}(x)dx$ となることを示せ。ただし、 $g^{(n)}(x)$ は $g(x)$ の第 n 次導関数である。

(4) $n = 4$ とする。 $g(x) = 2x^5 - 5x^4$ のとき、 $\int_0^1 f(x)g(x)dx$ の値を求めよ。

答
