

数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項**
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。
  2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
  3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。

この線より上には解答を書かないこと。

【1】 次の各文の  にあてはまる答を求めよ。

- (1) 2つの実数  $x, y$  は  $x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0$  を満たすとする。このとき、 $3x + 4y - 3$  の最小値は  (ア) , 最大値は  (イ) である。  
また、 $3x^2 + 4xy - 3y^2$  の最大値は  (ウ) である。
- (2)  $0 \leq x \leq 2\pi$  において、曲線  $y = \sin x$  と  $x$  軸で囲まれた2つの部分の面積の和は  (エ) である。 $0 \leq x \leq 2\pi$  において、曲線  $y = \sin x$  と曲線  $y = \cos x$  で囲まれた部分の面積は  (オ) である。また、 $f(x) = \int_x^{x+\frac{\pi}{2}} |\sin t| dt$  とすると、関数  $f(x)$  の最小値は  (カ) である。
- (3) 座標空間に4点  $A(-1, -1, -1), B(2, 0, 1), C(-2, 2, 0), D(1, 0, 5)$  がある。このとき、三角形  $ABC$  の面積は  (キ) である。平面  $ABC$  上に点  $H$  を直線  $DH$  が平面  $ABC$  と垂直になるようにとると、点  $H$  の座標は  (ク) である。また、四面体  $ABCD$  の体積は  (ケ) である。
- (4) 2052 の正の約数は全部で  (コ) 個あり、2052 の正の約数の総和は  (サ) である。また、300 以下の正の整数のうち、正の約数の個数が偶数であるものは全部で  (シ) 個ある。

解答欄

(1)	<input type="text"/> (ア)	<input type="text"/> (イ)	<input type="text"/> (ウ)
-----	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(2)	<input type="text"/> (エ)	<input type="text"/> (オ)	<input type="text"/> (カ)
-----	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(3)	<input type="text"/> (キ)	<input type="text"/> (ク) ( , , )	<input type="text"/> (ケ)
-----	--------------------------	----------------------------------	--------------------------

(4)	<input type="text"/> (コ)	<input type="text"/> (サ)	<input type="text"/> (シ)
-----	--------------------------	--------------------------	--------------------------

採点	<input type="text"/>
----	----------------------



数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項**
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。
  2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
  3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。

この線より上には解答を書かないこと。

【2】 次の問に答えよ。

(1) 関数  $y = \frac{1}{x}$  の定積分を用いて、 $n \geq 2$  を満たすすべての整数  $n$  に対して  $\sum_{k=2}^n \frac{1}{k} < \log n$  が成り立つことを証明せよ。

(2)  $f(x) = x + \frac{x}{1+x} - 2 \log(1+x)$  とおく。すべての正の実数  $x$  に対して  $f(x) > 0$  が成り立つことを証明せよ。

さらに、すべての正の整数  $n$  に対して  $\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} > 2 \log\left(1 + \frac{1}{n}\right)$  が成り立つことを証明せよ。

(3)  $n \geq 2$  を満たすすべての整数  $n$  に対して  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{n}\right) > \log n$  が成り立つことを証明せよ。

数学—2

採  
点

--	--



数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項**
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。
  2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
  3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。

この線より上には解答を書かないこと。

【3】 箱 A には赤玉 2 個、白玉 1 個が入っており、箱 B には白玉 3 個が入っている。2 つの箱 A, B について、次の操作を繰り返す。

(操作) 2 つの箱 A, B からそれぞれ 1 個ずつ玉を同時に取り出し、箱 A から取り出した玉を箱 B に入れて、箱 B から取り出した玉を箱 A に入れる。

$n$  回目の操作を終えたときに箱 A に入っている赤玉の個数が 2 個、1 個、0 個である確率をそれぞれ  $p_n$ ,  $q_n$ ,  $r_n$  とし、3 つの数列  $\{p_n\}$ ,  $\{q_n\}$ ,  $\{r_n\}$  を定める。次の問に答えよ。

- (1)  $p_1$ ,  $q_1$ ,  $p_2$ ,  $q_2$  の値をそれぞれ求めよ。また、正の整数  $n$  に対し、 $r_n$  を  $p_n$  と  $q_n$  を用いて表せ。

答  $p_1 =$  ,  $q_1 =$  ,  $p_2 =$  ,  $q_2 =$  ,  $r_n =$

- (2) 正の整数  $n$  に対し、 $p_{n+1}$  を  $p_n$  と  $q_n$  を用いて表し、 $q_{n+1}$  を  $q_n$  を用いて表せ。

答  $p_{n+1} =$  ,  $q_{n+1} =$

- (3) 数列  $\{q_n\}$  の一般項を求めよ。

答  $q_n =$

- (4)  $s_n = 3^n p_n$  とおく。数列  $\{s_n\}$  の一般項を求めよ。さらに、数列  $\{p_n\}$  の一般項を求めよ。

答  $s_n =$  ,  $p_n =$

数学—3

採  
点

