

兵庫医科大学

平成25年度一般入学試験問題

数 学

【注 意 事 項】

1. 試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけない。
2. 試験開始の合図があれば、受験番号を
 - a. 問題用紙（この冊子）の表紙
 - b. 答案用紙（この冊子に挟み込まれている）の(1)の計2か所にある受験番号欄にはっきりと記入しなさい。
3. 問題用紙には、計3問の問題が数1～数5の各ページに記載されている。問題の脱落や印刷の汚れに気づいたときは、直ちに監督者に申し出なさい。
4. 解答は、答案用紙の指定された解答欄の枠内に記入しなさい。解答を得るまでの計算・推考の過程は、答案用紙の指定された計算欄に簡潔に示しなさい。
5. 下書きは、問題用紙の空白部分を利用しなさい。
6. 問題用紙および答案用紙を持ち帰ってはいけない。

受験番号	
------	--

1

次の(1)から(5)までの各問い合わせの () に当てはまる数値、または式を求めよ (配点 70 点)。

(1) a, b, c, d が互いに異なり、0 でない実数のとき、

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$$

が成立するなら、 $\frac{ab + bc + cd + da}{da}$ の値は () である [10 点]。

(2) $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{2}{5}$ のとき、 $\frac{1 + \cos \theta + 2 \sin \theta}{1 - \cos \theta + 2 \sin \theta}$ の値は () である [10 点]。

1

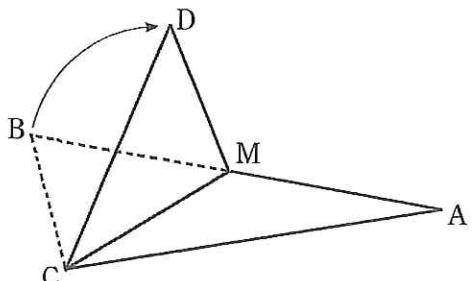
(続き)

- (3) 定数 a の範囲が $p < a < q$ であれば、すべての実数 x に対して不等式

$$2^{x^2 + 8\log_a 4} > a^x$$

が成立するとき、 $p+q$ の値は () である [15点]。

- (4) $\angle C$ が直角である三角形の紙 ABC がある。2辺 BC, CA の長さをそれぞれ a, b とし、辺 AB の中点 M と点 C を結ぶ線分 CM に沿ってこの紙の平面 BCM 部分を直角に折り曲げる。すなわち、点 B が点 D に移動し、折り曲げられた平面 DCM と元の平面 ACM が直交するようとする。このとき、ベクトル $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}$ の内積は () である [15点]。



1

(続き)

- (5) 曲線 $y = x^3 - 4ax^2 + 6x - 4$ と $y = -2x^2 + 22x - 24$ が点Pで接するように定数 a を定め, その接点Pの x 座標が p であるとき, 2つの曲線の交点Qの x 座標が q に, 点P, Q間の2つの曲線で囲まれる部分の面積が S になるとすれば, $\frac{S}{a(p-q)}$ の値は () である [20点]。

2

$3n$ 人の選手が参加する腕相撲大会で、最初に3つのブロックに分け、それぞれのブロックで n 人の選手が総当たり戦を行うとき、次の各問に答えよ（配点40点）。

(1) 1つのブロックにおける総当たり戦の試合数を求めよ。

(2) 選手が勝つ確率が $\frac{1}{2}$ であるとき、1つのブロックにおいて

- (a) 全勝する選手がいる確率を求めよ。
- (b) 全勝する選手がいて、同時に全敗する選手がいる確率を求めよ。
- (c) 全勝するか、あるいは全敗する選手がいる確率を求めよ。

(3) 総当たり戦の結果、各ブロックからそれぞれ1人が勝ち上がり、3人が残る。この3人、A, B, Cで勝ち抜き戦を行い、2連勝した選手を優勝とする。最初に、AとBが対戦し、Cは待機する。Aが勝てば、次にAはCと対戦し、Bは待機する。さらにAが勝てば、2連勝で優勝であるが、Cが勝てば、CはBと対戦し、Aは待機する。このようにして、3人のうち誰かが2連勝して優勝が決まるまで対戦を続ける。このとき、最初のAとBの対戦でそれが勝つ確率は $\frac{1}{2}$ であるが、勝ち残った選手が待機していた選手に勝つ確率は $\frac{1}{4}$ であるとして、Aが優勝する確率を求めよ。

(4)(3)において、最初に待機するCが優勝する確率を求めよ。

3

関数 $f(x) = e^{-x} \sin x$ について、次の各問いに答えよ（配点 40 点）。

(1) $f'(x)$ を求めよ。

(2) $0 < x < 5\pi$ における関数 $f(x)$ の極大値をすべて求めよ。

(3) $(k-1)\pi \leq x \leq k\pi$ ($k = 1, 2, \dots, n$)において曲線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれる部分を、
 x 軸の周りに1回転してできる立体の体積 V_k を求めよ。

(4) (3)で求めた体積 V_k から、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n V_k$ の値を求めよ。