2020年度

慶應義塾大学入学試験問題

総合政策学部

数学または情報

注意事項1

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
2. この冊子は全部で28ページです。
   - 数学の問題Ⅰ～Ⅵは3ページから11ページです。
   - 情報の問題Ⅰ～Ⅴは12ページから28ページです。

   試験開始の合図とともにすべてのページが揃っているか確認してください。
   ページの欠落・重複があった場合には、直ちに監督者に申し出てください。
3. 問題冊子の2ページに「注意事項2」があります。試験開始後必ず読んでください。
4. 数学・情報のいずれか1つを選択し、解答用紙の選択科目名の欄に科目名を記入し、選択科目マーク欄にマークしてください。
5. 問題冊子は、試験終了後必ず持ち帰ってください。
6. 受験番号と氏名は、解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
7. 解答用紙の「注意事項」を必ず読んでください。

総

注 意 事 項 2

問題冊子に数字の入った $\boxed{}$ があります．それらの数字は解答用紙の解答欄の番号を表しています．対応する番号の解答欄の 0 から 9 までの数字または − (マイナスの符号) をマークしてください．

$\boxed{}$ が 2 個以上つながったとき，数は右詰めで入れ，左の余った空欄には 0 を入れてください．負の数の場合には，マイナスの符号を先頭の $\boxed{}$ に入れてください．

(例)　$12 \longrightarrow \boxed{0}\boxed{1}\boxed{2}$

$-3 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{0}\boxed{3}$

分数は約分した形で解答してください．マイナスの符号は分母には使えません．

(例)　$\dfrac{4}{8} \longrightarrow \dfrac{1}{2} \longrightarrow \dfrac{\boxed{0}\boxed{1}}{\boxed{0}\boxed{2}}$

$-\dfrac{6}{9} \longrightarrow -\dfrac{2}{3} \longrightarrow \dfrac{\boxed{-}\boxed{2}}{\boxed{0}\boxed{3}}$

ルート記号の中は平方因子を含まない形で解答してください．

(例)　$\sqrt{50} \longrightarrow \boxed{0}\boxed{5}\sqrt{\boxed{0}\boxed{2}}$

$-\sqrt{24} \longrightarrow \boxed{-}\boxed{2}\sqrt{\boxed{0}\boxed{6}}$

$\sqrt{13} \longrightarrow \boxed{0}\boxed{1}\sqrt{\boxed{1}\boxed{3}}$

数式については，つぎの例のようにしてください．分数式は約分した形で解答してください．

(例)　$-a^2-5 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{1}\,a^2+\boxed{0}\boxed{0}\,a+\boxed{-}\boxed{5}$

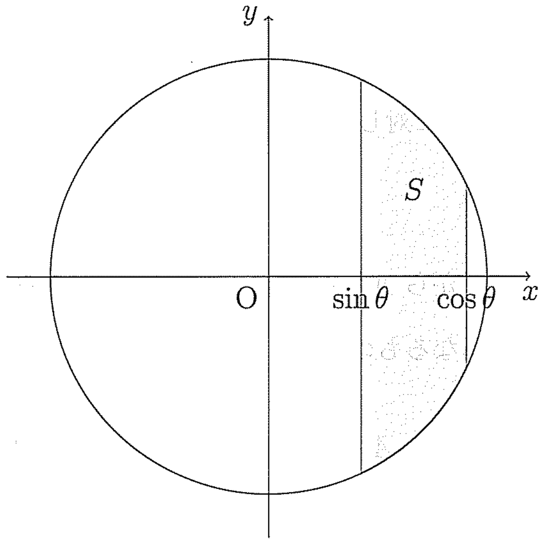
$\dfrac{4a}{2a-2} \longrightarrow \dfrac{-2a}{1-a} \longrightarrow \dfrac{\boxed{0}\boxed{0}+\boxed{-}\boxed{2}\,a}{1-\boxed{0}\boxed{1}\,a}$

選択肢の番号を選ぶ問題では，最も適切な選択肢を 1 つだけ選びなさい．また，同じ選択肢を何回選んでもかまいません．

数学 I

(1) $0 < \theta < \dfrac{\pi}{4}$ とするとき

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leqq 1 \\ \sin\theta \leqq x \leqq \cos\theta \end{cases}$$



で定義される右図の濃い色の部分 S の面積は

$$\frac{\boxed{(1)}\boxed{(2)}}{\boxed{(3)}\boxed{(4)}}\pi + \boxed{(5)}\boxed{(6)}\,\theta$$

である．なお，角度はラジアンであらわすものとする．

(2) 正の整数 a, b, c, d に対して

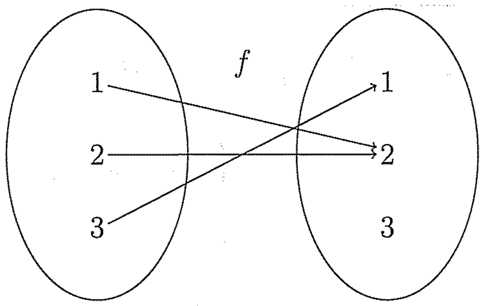
$$a^3 = b^2, \qquad c^3 = d^2, \qquad c - a = 9$$

が成り立っている．このとき，$a = \boxed{(7)}\boxed{(8)}\boxed{(9)}$, $b = \boxed{(10)}\boxed{(11)}\boxed{(12)}$, $c = \boxed{(13)}\boxed{(14)}\boxed{(15)}$, $d = \boxed{(16)}\boxed{(17)}\boxed{(18)}$ である．

総

数学II

集合 $A=\{1,2,3\}$ から A への関数 $f(x)$ は，集合 A のそれぞれの数 x に対して，集合 A の数 $f(x)$ をただ 1 つ定めるものである．



例: $f(1)=2,\ f(2)=2,\ f(3)=1$

(1) A から A への関数 $f(x)$ で，$f(1)$，$f(2)$，$f(3)$ がすべて異なるものは $\boxed{(19)}\boxed{(20)}$ 個ある．

(2) A から A への関数 $f(x)$ で，$f(1) \geqq 1$ かつ $f(2) \geqq 2$ かつ $f(3) \geqq 3$ となるものは $\boxed{(21)}\boxed{(22)}$ 個ある．

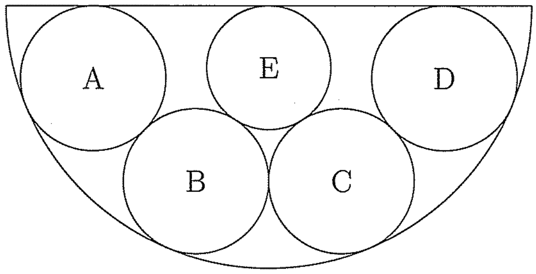
(3) A から A への関数 $f(x)$ で，$f(1) \leqq f(2)$ かつ $f(1) \leqq f(3)$ となるものは $\boxed{(23)}\boxed{(24)}$ 個ある．

(4) A から A への関数 $f(x)$ で，$f(1) \leqq f(2) \leqq f(3)$ となるものは $\boxed{(25)}\boxed{(26)}$ 個ある．

(5) A から A への関数 $f(x)$ で，A のどの数 x に対しても $f(f(x))=f(x)$ となるものは $\boxed{(27)}\boxed{(28)}$ 個ある．

(6) A から A への関数 $f(x)$ で，A のどの数 x に対しても $f(f(x))=x$ となるものは $\boxed{(29)}\boxed{(30)}$ 個ある．

数学III



図のように半円の中に，半径 1 の 4 つの円 A, B, C, D と，別の半径の円 E があり，次のように接している．円 A は半円の円弧と直径と円 B に接し，円 B は半円の円弧と円 A, C, E に接し，円 C は半円の円弧と円 B, D, E に接し，円 D は半円の円弧と直径と円 C に接している．また，円 E は半円の直径と円 B, C に接している．このとき，半円の半径は

$$\boxed{(31)}\boxed{(32)} + \sqrt{\boxed{(33)}\boxed{(34)} + \boxed{(35)}\boxed{(36)}\sqrt{\boxed{(37)}\boxed{(38)}}}$$

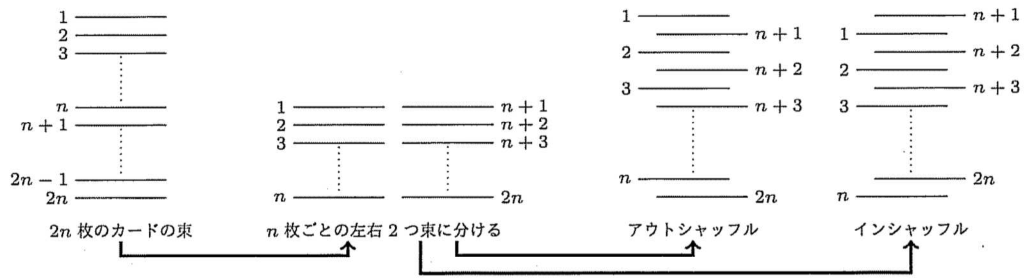
であり，円 E の半径は

$$\frac{\boxed{(39)}\boxed{(40)} + \sqrt{\boxed{(41)}\boxed{(42)}}}{\boxed{(43)}\boxed{(44)}}$$

である．

数学IV

n を正の整数とし，トランプのようにそれぞれの図柄が異なる $2n$ 枚のカードの束を用意する．上から数えて n 枚と，残りの n 枚の左右 2 つの束に分け，これらを図のように交互に挿入して 1 つの束にすることでカードの順番を変えることをシャッフルと呼ぶ．



シャッフルする際には必ず左右の束から交互に 1 枚ずつカードを重ねるものとする．シャッフルには，元の束のいちばん上のカードがシャッフル後も同じいちばん上であるアウトシャッフルと，元の束のいちばん上のカードがシャッフル後は上から 2 枚目になるインシャッフルの 2 種類が存在する．

(1) $2n$ 枚のカードの束の上から k 枚目 $(1 \leqq k \leqq n)$ の位置にあったカードは，アウトシャッフルを 1 回行うと束の上から $\boxed{(45)}\boxed{(46)}\,k + \boxed{(47)}\boxed{(48)}$ 枚目の位置に移動し，インシャッフルを 1 回行うと束の上から $\boxed{(49)}\boxed{(50)}\,k$ 枚目の位置に移動する．$n = 26$ の場合，インシャッフル・インシャッフル・アウトシャッフルの順にシャッフルを 3 回行ったとき，52 枚のカードの束の上から 1 枚目の位置にあったカードは，束の上から $\boxed{(51)}\boxed{(52)}$ 枚目の位置に移動する．また，52 枚のカードの束のいちばん下の位置にあったカードは，束の上から $\boxed{(53)}\boxed{(54)}$ 枚目の位置に移動する．

(2) 以下ではアウトシャッフルのみを繰り返し行うことを考える．$n = 2$ の場合，アウトシャッフルを 2 回行うと元通りに最初のカードの束の順番にもどる．$n = 3$ の場合，初めて元通りに最初のカードの束の順番にもどるのは，アウトシャッフルを $\boxed{(55)}\boxed{(56)}$ 回行ったときである．$n = 4$ の場合，初めて元通りに最初のカードの束の順番にもどるのは，アウトシャッフルを $\boxed{(57)}\boxed{(58)}$ 回行ったときである．$n = 26$ の場合，最初のカードの束の上から 2 枚目の位置にあったカードに着目すると，アウトシャッフルを $\boxed{(59)}\boxed{(60)}$ 回行ったときに，カードの束の上から 2 枚目の位置に初めてもどることがわかる．このとき，他の 51 枚のカードも元の位置にもどっている．

（計算用）

総

数学V

関数 f を

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |\,x\,| & |\,x\,| \leqq 1 \text{ のとき} \\ 0 & |\,x\,| > 1 \text{ のとき} \end{cases}$$

と定義し，任意の正の実数 a に対して，$F_a(x) = a \times f\left(\dfrac{x}{a}\right)$ とする．このとき，正の実数 b, c に対して

$$\int_{-b}^{b} \frac{1}{b} F_b(x)\, dx = \boxed{\text{(61)}}\boxed{\text{(62)}}\ b$$

$$\int_{-b-c}^{b+c} \frac{1}{c}\left(F_{b+c}(x) - F_b(x)\right) dx = \boxed{\text{(63)}}\boxed{\text{(64)}}\ b + \boxed{\text{(65)}}\boxed{\text{(66)}}\ c$$

$$\int_{-b-c}^{b+c} \frac{1}{c^2}\left(F_{b+c}(x) - F_b(x)\right)^2 dx = \boxed{\text{(67)}}\boxed{\text{(68)}}\ b + \frac{\boxed{\text{(69)}}\boxed{\text{(70)}}}{\boxed{\text{(71)}}\boxed{\text{(72)}}}\ c$$

である．

（計算用）

総

数学VI

17 人の有権者が，x, y, z の選択肢に対して，ペアごとに多数決を行った．まず，x と y については，x が 13 票，y が 4 票であった．次に，y と z については，y が 9 票，z が 8 票であった．最後に，x と z については，x が 7 票，z が 10 票であった．以上の結果，x は y より望ましく，y は z より望ましく，z は x より望ましいとなってしまい，x, y, z の選択に対する順序付けをすることができない．

そこで，各有権者は常に正しい判断ができるとは限らず，確率 p $(0.5 < p \leqq 1)$ で正しい判断ができるものとしよう．順序付けの候補は

$$(1)\ x \rhd y \rhd z \quad (2)\ x \rhd z \rhd y \quad (3)\ y \rhd x \rhd z \quad (4)\ y \rhd z \rhd x \quad (5)\ z \rhd x \rhd y \quad (6)\ z \rhd y \rhd x$$

の 6 通りある．ここで，たとえば「$x \rhd y \rhd z$」は，y は z より望ましく，x は y や z より望ましいことをあらわしている．$x \rhd y \rhd z$ が真の順序付けであるとすると，x と y に関する判断については 13 人が正しく，y と z に関する判断については 9 人が正しく，x と z に関する判断については 7 人が正しく，そのような場合が生じる確率は，$q = 1 - p$ とすると，それぞれの場合を順に掛けて

$$\left\{ \frac{\boxed{(73)}\boxed{(74)}\,!}{\boxed{(75)}\boxed{(76)}\,!\,4!} p^{\boxed{(75)}\boxed{(76)}} q^4 \right\} \times \left\{ \frac{\boxed{(77)}\boxed{(78)}\,!}{9!\,\boxed{(79)}\boxed{(80)}\,!} p^9 q^{\boxed{(79)}\boxed{(80)}} \right\} \times \left\{ \frac{\boxed{(81)}\boxed{(82)}\,!}{\boxed{(83)}\boxed{(84)}\,!\,10!} p^{\boxed{(83)}\boxed{(84)}} q^{10} \right\}$$

で与えられる (ただし，$\boxed{(75)}\boxed{(76)} \geqq \boxed{(79)}\boxed{(80)} \geqq \boxed{(83)}\boxed{(84)}$ とする)．順序付けの他の候補についても同様の確率を計算できるが，それらは各順序付けが真である確率をあらわしていると解釈できる．確率が高い順に上の順序付けを左から並べると

$$(\boxed{(85)}),\quad (\boxed{(86)}),\quad (\boxed{(87)}),\quad (\boxed{(88)}),\quad (\boxed{(89)}),\quad (\boxed{(90)})$$

となる．

（計算用）