2019年度

慶應義塾大学入学試験問題

環境情報学部

数学または情報

注意事項1

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
2. この冊子は全部で28ページです。
   - 数学の問題Ⅰ～Ⅵは3ページから11ページです。
   - 情報の問題Ⅰ～Ⅴは12ページから28ページです。

   試験開始の合図とともにすべてのページが揃っているか確認してください。

   ページの欠落・重複があった場合には、直ちに監督者に申し出てください。
3. 問題冊子の2ページに「注意事項2」があります。試験開始後必ず読んでください。
4. 数学・情報のいずれか1つを選択し、解答用紙の選択科目名の欄に科目名を記入し、選択科目マーク欄にマークしてください。
5. 問題冊子は、試験終了後必ず持ち帰ってください。
6. 受験番号と氏名は、解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
7. 解答用紙の「注意事項」を必ず読んでください。

環

注 意 事 項 2

問題冊子に数字の入った $\boxed{}$ があります．それらの数字は解答用紙の解答欄の番号を表しています．対応する番号の解答欄の 0 から 9 までの数字または －（マイナスの符号）をマークしてください．

$\boxed{}$ が 2 個以上つながったとき，数は右詰めで入れ，左の余った空欄には 0 を入れてください．負の数の場合には，マイナスの符号を先頭の $\boxed{}$ に入れてください．

(例)　$12 \longrightarrow \boxed{0}\boxed{1}\boxed{2}$

$-3 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{0}\boxed{3}$

分数は約分した形で解答してください．マイナスの符号は分母には使えません．

(例)　$\dfrac{4}{8} \longrightarrow \dfrac{1}{2} \longrightarrow \dfrac{\boxed{0}\boxed{1}}{\boxed{0}\boxed{2}}$

$-\dfrac{6}{9} \longrightarrow -\dfrac{2}{3} \longrightarrow \dfrac{\boxed{-}\boxed{2}}{\boxed{0}\boxed{3}}$

ルート記号の中は平方因子を含まない形で解答してください．

(例)　$\sqrt{50} \longrightarrow \boxed{0}\boxed{5}\sqrt{\boxed{0}\boxed{2}}$

$-\sqrt{24} \longrightarrow \boxed{-}\boxed{2}\sqrt{\boxed{0}\boxed{6}}$

$\sqrt{13} \longrightarrow \boxed{0}\boxed{1}\sqrt{\boxed{1}\boxed{3}}$

数式については，つぎの例のようにしてください．分数式は約分した形で解答してください．

(例)　$-a^2-5 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{1}\,a^2+\boxed{0}\boxed{0}\,a+\boxed{-}\boxed{5}$

$\dfrac{4a}{2a-2} \longrightarrow \dfrac{-2a}{1-a} \longrightarrow \dfrac{\boxed{0}\boxed{0}+\boxed{-}\boxed{2}\,a}{1-\boxed{0}\boxed{1}\,a}$

選択肢の番号を選ぶ問題では，同じ選択肢を何回選んでもかまいません．

数学－Ⅰ

点 (x, y) は，任意の実数 θ_1, θ_2 に対して

$$\begin{cases} x = \cos\theta_1 + \cos\theta_2 \\ y = \cos 2\theta_1 + \cos 2\theta_2 \end{cases}$$

をみたしている．このとき，xy 平面において点 (x, y) の存在しうる領域は

$$\begin{cases} \boxed{(1)}\boxed{(2)} \leqq x \leqq \boxed{(3)}\boxed{(4)} \\ y \geqq \boxed{(5)}\, x^2 + \boxed{(6)}\boxed{(7)} \\ y \leqq \boxed{(8)}\, x^2 + \boxed{(9)}\, x + \boxed{(10)}\boxed{(11)} \\ y \leqq \boxed{(12)}\, x^2 - \boxed{(13)}\, x + \boxed{(14)}\boxed{(15)} \end{cases}$$

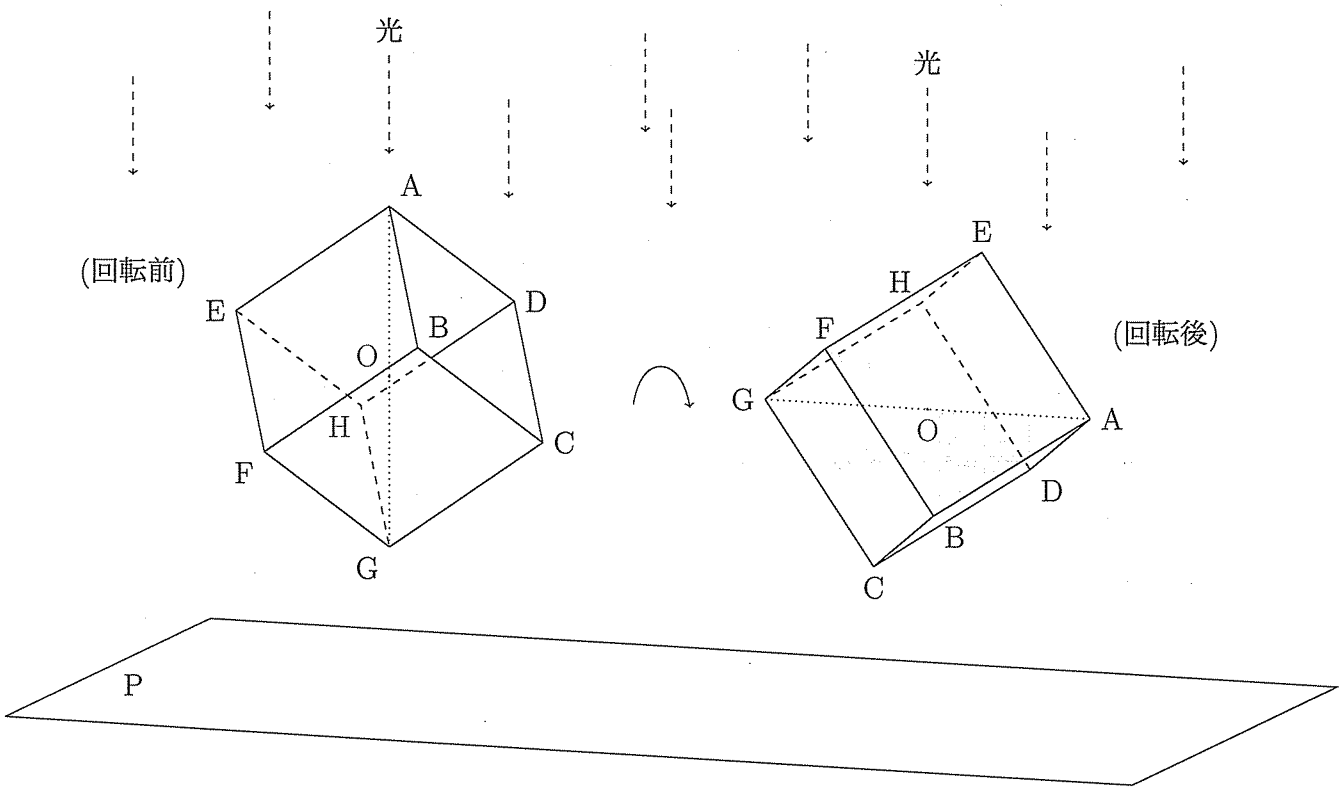
であり，その面積は $\dfrac{\boxed{(16)}\boxed{(17)}}{\boxed{(18)}\boxed{(19)}}$ である．

環

数学－Ⅱ

1辺1メートルの立方体の箱 ABCD–EFGH がある．この箱は中空で，面 ABCD と面 EFGH は透明な素材でできていて光を通すが，その他の面は光を通さない．また，面の厚みは考慮しないことにする．

いま，対角線 AG が平面 P と垂直になるように平面 P の上方にこの箱をおいた．



平面 P が真上から垂直に光で照らされるとき，平面 P 上にできる立方体の影の外周は，$\boxed{(20)}$ 角形になり，その影の面積は，$\boxed{(21)}\boxed{(22)}\sqrt{\boxed{(23)}\boxed{(24)}}$ 平方メートルである．

ここで，頂点 A, C, G, E をすべて含む平面を Q とし，対角線 AG の中点を O とする．次に，平面 P および Q を固定し，点 O を中心に，頂点 A, C, G, E を平面 Q 上に保ちながら，立方体を図のように 90° 回転した．回転後に平面 P 上にできる立方体の影の面積は，$\dfrac{\boxed{(25)}\boxed{(26)}\sqrt{\boxed{(27)}\boxed{(28)}}}{\boxed{(29)}\boxed{(30)}}$ 平方メートルである．

（計算用紙）

環

数学－Ⅲ

xy 平面上で，原点を中心とする半径 1 の円 $x^2+y^2=1$ の周上の点 $\mathrm{P}(a,b)$ で 2 次曲線 $y=x^2+px+q$ が接している．すなわち点 P での円の接線と 2 次曲線の接線が一致している．点 P が第 1 象限にあり，$\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ とする．このとき

$$p=\boxed{(31)}\boxed{(32)}\sqrt{\boxed{(33)}\boxed{(34)}},\qquad q=\frac{\boxed{(35)}\boxed{(36)}}{\boxed{(37)}\boxed{(38)}}$$

である．また，2 次曲線，円周の第 1 象限の部分，y 軸で囲まれる部分の面積は

$$\frac{\boxed{(39)}\boxed{(40)}\sqrt{\boxed{(41)}\boxed{(42)}}}{\boxed{(43)}\boxed{(44)}}+\frac{\boxed{(45)}\boxed{(46)}}{\boxed{(47)}\boxed{(48)}}\pi$$

である．

数学－Ⅳ

この問題では 2 進法で数を表記する場合には，$101_{(2)}$ のように，添字に (2) と書くことにする．添字のない数はすべて 10 進法表記の数である．また，解答欄に書く数字はすべて 10 進法表記で書くものとする．

(1) 6 桁の 2 進法表記の数の中で，$101010_{(2)}$ のように 1 が 3 つ使われる数は $\boxed{(49)}\boxed{(50)}$ 個ある．なお，数の表記では先頭の 0 は省略するため，$001101_{(2)}$ は 6 桁の数ではなく 4 桁の数 $1101_{(2)}$ である．

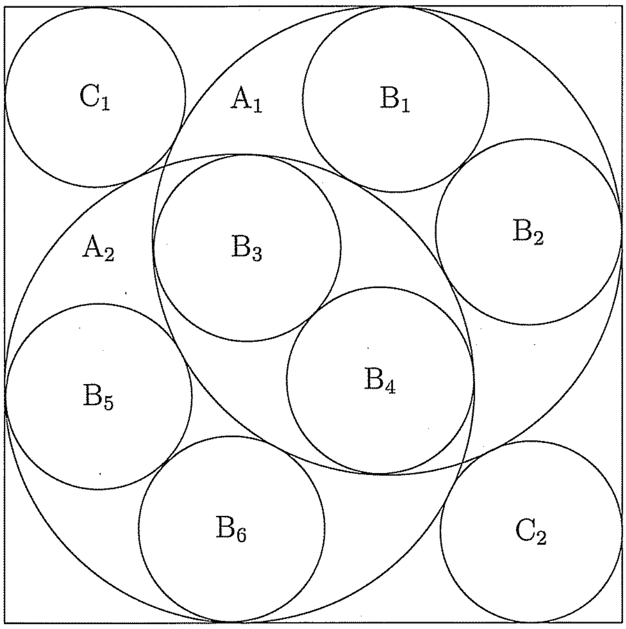
(2) 10 桁の 2 進法表記の数の中で 1 が 4 つ使われる数をすべて合計すると $\boxed{(51)}\boxed{(52)}\boxed{(53)}\boxed{(54)}\boxed{(55)}$ である．

(3) 1000 以下の正の整数のうち，2 進法で表記すると 1 が 4 つ使われる数は $\boxed{(56)}\boxed{(57)}\boxed{(58)}$ 個ある．

環

数学－V

図のように，1つの正方形の中に，半径の異なる3種類の円が合計10個配置されている．



円 A_1 と A_2 は半径が同じ R で，それぞれ図のように正方形の2辺に内接している．円 B_1，B_2，B_3，B_4，B_5，B_6 は半径が同じ r で，円 B_1 と B_2 は接し，図のように両方とも円 A_1 に内接し円 A_2 に外接している．円 B_3 と B_4 は接し，図のように両方とも円 A_1 と A_2 に内接している．円 B_5 と B_6 は接し，図のように両方とも円 A_1 に外接し円 A_2 に内接している．円 C_1 と C_2 は半径が同じ r' で，それぞれ図のように正方形の2辺に内接し，円 A_1 と A_2 に外接している．なお，円 B_1，B_2，B_5，B_6 は正方形の辺に接していない．

このとき，正方形の1辺の長さを s とすると

$$
\begin{cases}
R = \dfrac{\boxed{(59)}\boxed{(60)}}{\boxed{(61)}\boxed{(62)}}\, r \\[2ex]
s = \left(\boxed{(63)}\boxed{(64)}\sqrt{R} + \boxed{(65)}\boxed{(66)}\sqrt{r'} \right)^{\boxed{(67)}\boxed{(68)}} \\[2ex]
r' = \dfrac{\boxed{(69)}\boxed{(70)} + \sqrt{10} + \boxed{(71)}\boxed{(72)}\sqrt{\boxed{(73)}\boxed{(74)} + 5\sqrt{10}}}{\boxed{(75)}\boxed{(76)}}\, r
\end{cases}
$$

である．

（計算用紙）

環

数学－Ⅵ

次のような2人で行うゲームがある．プレイヤーにはLとFという2つの選択肢が与えられる．一方がLを選び，他方がFを選んだ場合，Lを選んだ方は3点，Fを選んだ方は1点を獲得する．両方ともにLを選んだり，両方共にFを選んだりした場合，両者の得点はともに0点であるとする．いま，AとBの2人がこのゲームを行い，xy平面上の点によって両者の得点をあらわすことにする．Aの得点をx，Bの得点をyとすると，このゲームで実現する点(x,y)は

$$(3,1),\qquad (1,3),\qquad (0,0)$$

の3点である．

このとき，A, BともにLを選ぶと0点となるので，Lを選ぶことは必ずしも得策ではない．そこで，AおよびBがLを選ぶ確率をそれぞれpおよびqとしてみる．pとqを自由に動かしたときのAの得点の期待値をx，Bの得点の期待値をyとすると，点(x,y)の集まりは，原点と$(3,1)$を結ぶ線分，原点と$(1,3)$を結ぶ線分，および$(3,1)$と$(1,3)$を結ぶある曲線Zで囲まれる領域となる．ただし，境界線を含む．

(1) 曲線Z上の点(x,y)は

$$\left(x+\boxed{(77)}\boxed{(78)}\,y\right)^{\boxed{(79)}\boxed{(80)}}=\boxed{(81)}\boxed{(82)}\left(x+\boxed{(83)}\boxed{(84)}\,y+\boxed{(85)}\boxed{(86)}\right)$$

をみたす．

(2) x軸と平行な直線が曲線Zと接するとき，その接点は$\left(\dfrac{\boxed{(87)}\boxed{(88)}}{\boxed{(89)}\boxed{(90)}},\dfrac{\boxed{(91)}\boxed{(92)}}{\boxed{(93)}\boxed{(94)}}\right)$である．

（計算用紙）