2016年度

慶應義塾大学入学試験問題

環境情報学部

数学または情報

注意事項1

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないでください．
2. この冊子は全部で 24 ページです (数学は 3 ページから 11 ページ，情報は 12 ページから 24 ページ)．試験開始の合図とともにすべてのページが揃っているか確認してください．ページの欠落・重複があった場合には，直ちに監督者に申し出てください．
3. 問題冊子の 2 ページに「注意事項 2」があります．試験開始後必ず読んでください．
4. 数学の問題は I〜VI，情報の問題は I〜IV です．試験開始後直ちに確認してください．
5. 数学・情報のいずれか 1 つを選択し，解答用紙の所定の欄に科目名を記入し，選択科目マーク欄にマークしてください．
6. 問題冊子は，試験終了後必ず持ち帰ってください．
7. 受験番号と氏名は，解答用紙の所定の欄に必ず記入してください．
8. 解答用紙の「注意事項」を必ず読んでください．数学は解答欄の (1)〜(108) を使い，情報は解答欄の (1)〜(76) を使います．

$\boxed{環}$

注 意 事 項 2

問題冊子に数字の入った $\boxed{}$ があります．それらの数字は解答用紙の解答欄の番号を表しています．対応する番号の解答欄の 0 から 9 までの数字または − (マイナスの符号) をマークしてください．

分数および分数式は約分した形で解答してください．ルート記号の中は平方因子を含まない形で解答してください．マイナスの符号は分母には使えません． $\boxed{}$ が 2 個以上つながったとき，マイナスの符号および 0 の使い方は，つぎの例のようにしてください．

例 $8 \longrightarrow \boxed{0\,|\,8}$

$-3 \longrightarrow \boxed{-\,|\,3}$

$-\dfrac{3}{9} \longrightarrow -\dfrac{1}{3} \longrightarrow \dfrac{\boxed{-\,|\,1}}{\boxed{0\,|\,3}}$

$-\sqrt{24} \longrightarrow \boxed{-\,|\,2}\sqrt{\boxed{0\,|\,6}}$

$-a^2+6a-5 \longrightarrow \boxed{-\,|\,1}\,a^2+\boxed{0\,|\,6}\,a+\boxed{-\,|\,5}$

$\dfrac{4a}{-2+2a} \longrightarrow \dfrac{-2a}{1-a} \longrightarrow \dfrac{\boxed{0\,|\,0}+\boxed{-\,|\,2}\,a}{1-\boxed{0\,|\,1}\,a}$

数学－I

(1)　A, B, C, D の 4 つの箱があり，A の箱には 7 個の黒ボールと 3 個の白ボールが入っている．B, C, D の箱にも黒ボールと白ボールが入っていて，どの箱においても 1 個を無作為に取り出したときに黒ボールである確率は α である $(0 < \alpha < 1)$．また，少なくとも 3 個以上のボールがそれぞれの箱には入っている．このとき，B, C, D の箱からそれぞれ 3 個のボールを無作為に取り出し A の箱に加えた後，A の箱から 1 個のボールを無作為に取り出したときにそれが黒ボールである確率は

$$\frac{\boxed{(1)}\boxed{(2)}}{\boxed{(3)}\boxed{(4)}} + \frac{\boxed{(5)}\boxed{(6)}}{\boxed{(7)}\boxed{(8)}}\alpha$$

である．

(2)　E, F, G, H の 4 つの箱があり，E の箱には 7 個の黒ボールと 3 個の白ボールが入っている．F, G, H の箱にも黒ボールと白ボールが入っていて，どの箱においても 1 個を無作為に取り出したときに黒ボールである確率は α である $(0 < \alpha < 1)$．また，少なくとも 3 個以上のボールがそれぞれの箱には入っている．このとき，まず，E と F の箱からそれぞれ 3 個のボールを無作為に取り出し交換してもとの箱に戻し，次に，E と G の箱からぞれぞれ 3 個のボールを無作為に取り出し交換してもとの箱に戻し，次に，E と H の箱からぞれぞれ 3 個のボールを無作為に取り出し交換してもとの箱に戻した後，E の箱から 1 個のボールを無作為に取り出したときにそれが黒ボールである確率は

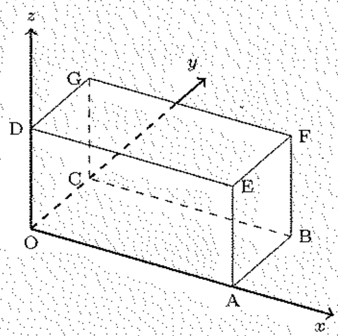
$$\frac{\boxed{(9)}\boxed{(10)}\boxed{(11)}\boxed{(12)}}{10000} + \frac{\boxed{(13)}\boxed{(14)}\boxed{(15)}}{1000}\alpha$$

である．

数学

数学 – II

図のような $O(0,0,0)$, $A(2,0,0)$, $B(2,1,0)$, $C(0,1,0)$, $D(0,0,1)$, $E(2,0,1)$, $F(2,1,1)$, $G(0,1,1)$ を頂点とする直方体を，平面 $x+y+z=a$ $(1<a<3)$ で切断したとき，その断面の面積 S は



$$\frac{\sqrt{\boxed{(16)}}}{\boxed{(17)}}\left(\boxed{(18)}\boxed{(19)}\,a^2+\boxed{(20)}\boxed{(21)}\,a+\boxed{(22)}\boxed{(23)}\right)$$

となる．

また，切断した断面の各頂点と $O(0,0,0)$ を結んでできる角錐の体積 V は，$a=\dfrac{\boxed{(24)}+\sqrt{\boxed{(25)}\boxed{(26)}}}{\boxed{(27)}}$ のときに最大になる．このとき，$V=\dfrac{\boxed{(28)}\boxed{(29)}+\boxed{(30)}\boxed{(31)}\sqrt{\boxed{(32)}\boxed{(33)}}}{\boxed{(34)}\boxed{(35)}}$ である．

（計算用）

数学

数学－III

xy 平面上を動く中心 $(0,p)$，半径 r $(0<r<p)$ の円 C_1 が，放物線 $C_2: y=x^2$ と異なる 2 点で，直線 $l: y=q$ $(q>p)$ と 1 点で接している（直線 l は円 C_1 と連動して動くものとする）．ここで 2 つの曲線が接するとは，交点における接線が一致することを意味する．このとき

$$p=\boxed{(36)}\,r^2+\frac{\boxed{(37)}}{\boxed{(38)}}$$

であり，$r>\dfrac{\boxed{(39)}}{\boxed{(40)}}$ を満たす．また，放物線 C_2 と直線 l の交点の x 座標は

$$\pm\left(\boxed{(41)}\,r+\frac{\boxed{(42)}}{\boxed{(43)}}\right)$$

である．このとき，放物線 C_2 と直線 l で囲まれた領域の面積は

$$\frac{\boxed{(44)}}{\boxed{(45)}}r^3+\boxed{(46)}\,r^2+\boxed{(47)}\,r+\frac{\boxed{(48)}}{\boxed{(49)}}$$

である．

数学－IV

座標平面上に 2 点 $\mathrm{A}(-2,4)$, $\mathrm{B}(4,2)$ および 2 つの直線 $l: x+y=1$, $m: x-y=3$ が与えられている．

(1)　点 P が直線 l 上を動くとき，$\mathrm{AP}+\mathrm{PB}$ が最小となる P の座標は

$$\left(\frac{\boxed{(50)}\boxed{(51)}\boxed{(52)}}{\boxed{(53)}},\ \frac{\boxed{(54)}\boxed{(55)}\boxed{(56)}}{\boxed{(57)}}\right)$$

である．

(2)　点 P, Q がそれぞれ直線 l, m 上を動くとき，$\mathrm{AP}+\mathrm{PQ}+\mathrm{QB}$ が最小となる P, Q の座標はそれぞれ

$$\left(\frac{\boxed{(58)}\boxed{(59)}}{\boxed{(60)}},\ \frac{\boxed{(61)}\boxed{(62)}}{\boxed{(63)}}\right),\quad \left(\frac{\boxed{(64)}\boxed{(65)}}{\boxed{(66)}},\ \frac{\boxed{(67)}\boxed{(68)}}{\boxed{(69)}}\right)$$

である．

環

数
学

数学－V

実数 x に対して，$[\,x\,]$ は x 以下の最大の整数を表すものとする．

(1) 数列 $a_1=\dfrac{1}{[\sqrt{1}\,]}$, $a_2=\dfrac{2}{[\sqrt{2}\,]}$, $a_3=\dfrac{3}{[\sqrt{3}\,]}$, $\ldots$, $a_n=\dfrac{n}{[\sqrt{n}\,]}$, $\ldots$ としたとき，1 から 99 までの数 n のうち a_n が整数になるものは $\boxed{(70)}\boxed{(71)}$ 個である．また，$a_n=10$ と最初になるのは $n=\boxed{(72)}\boxed{(73)}$ のときである．さらに，$S_n=\displaystyle\sum_{i=1}^{n}a_i$ としたとき，$S_{99}=\boxed{(74)}\boxed{(75)}\boxed{(76)}$ である．

(2) 数列 $b_1=\dfrac{1}{[\sqrt[3]{1}\,]}$, $b_2=\dfrac{2}{[\sqrt[3]{2}\,]}$, $b_3=\dfrac{3}{[\sqrt[3]{3}\,]}$, $\ldots$, $b_n=\dfrac{n}{[\sqrt[3]{n}\,]}$, $\ldots$ としたとき，1 から 124 までの数 n のうち b_n が整数になるものは $\boxed{(77)}\boxed{(78)}$ 個である．また，$b_n=10$ と最初になるのは $n=\boxed{(79)}\boxed{(80)}$ のときである．さらに，$T_n=\displaystyle\sum_{i=1}^{n}b_i$ としたとき，$T_{124}=\boxed{(81)}\boxed{(82)}\boxed{(83)}\boxed{(84)}$ である．

（計算用）

数学－VI

ある人が破産したとき，すなわち，借りているお金の一部分しか返すことができなくなったとき，その人の財産(現在残っているものをお金にしたもの)の総額 A を n 人の債権者(お金を貸した人)にどう分配するかについて考える．債権者には債権額(貸したお金の額)の少ない順に番号が振られており，第 i 番目の債権者の債権額を B_i とすると，$B_i < B_{i+1}$ $(i = 1, \ldots, n-1)$ が成り立っている．また，$B = \sum_{i=1}^{n} B_i$ としたとき，$A < B$ である．以下では $A = B$ のときを含めて，第 i 番目の債権者の分配額 X_i を，B_i の状況に応じて，次のルールに従って決める．

ケース 1: $A \leqq \frac{n}{2}B_1$ のときは，$X_i = \frac{1}{n}A$ $(i = 1, \ldots, n)$ とする．

ケース 2: $1 \leqq k \leqq n-1$ に対して

$$\frac{1}{2}B - \frac{1}{2}\sum_{j=k}^{n}(B_j - B_k) \leqq A \leqq \frac{1}{2}B - \frac{1}{2}\sum_{j=k+1}^{n}(B_j - B_{k+1})$$

のときは

$$X_i = \begin{cases} \frac{1}{2}B_i & (i = 1, \ldots, k) \\ \frac{1}{2}B_k + \frac{1}{n-k}\left\{A - \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}\sum_{j=k}^{n}(B_j - B_k)\right\} & (i = k+1, \ldots, n) \end{cases}$$

とする．

ケース 3: $1 \leqq k \leqq n-1$ に対して

$$\frac{1}{2}B + \frac{1}{2}\sum_{j=k+1}^{n}(B_j - B_{k+1}) \leqq A \leqq \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}\sum_{j=k}^{n}(B_j - B_k)$$

のときは

$$X_i = \begin{cases} \frac{1}{2}B_i & (i = 1, \ldots, k) \\ B_i - \frac{1}{2}B_k - \frac{1}{n-k}\left\{\frac{1}{2}B + \frac{1}{2}\sum_{j=k}^{n}(B_j - B_k) - A\right\} & (i = k+1, \ldots, n) \end{cases}$$

とする．

ケース 4: $B - \frac{n}{2}B_1 \leqq A$ のときは，$X_i = B_i - \frac{1}{n}(B - A)$ $(i = 1, \ldots, n)$ とする．

(1)　$n=2$, $B_1=60$, $B_2=180$ としたとき，A が $\boxed{(85)}\boxed{(86)}\boxed{(87)} \leqq A \leqq \boxed{(88)}\boxed{(89)}\boxed{(90)}$ の範囲ならば，$X_1=30$ となる．また，X_2 が X_1 の 4 倍となるのは，A の値が 2 通りあり，小さい順に $\boxed{(91)}\boxed{(92)}\boxed{(93)}$ と $\boxed{(94)}\boxed{(95)}\boxed{(96)}$ の場合である．

(2)　$n=3$, $B_1=60$, $B_2=90$, $B_3=180$ としたとき，$A=100$ ならば，$X_2=\boxed{(97)}\boxed{(98)}\boxed{(99)}$，$X_3=\boxed{(100)}\boxed{(101)}\boxed{(102)}$ であり，$A=220$ ならば，$X_2=\boxed{(103)}\boxed{(104)}\boxed{(105)}$，$X_3=\boxed{(106)}\boxed{(107)}\boxed{(108)}$ である．