平成27(2015)年度

慶應義塾大学入学試験問題

看護医療学部

数　　学

注意
1. 受験番号と氏名を解答用紙の所定の欄にそれぞれ記入してください。
2. 解答用紙は1枚です。解答は，必ず所定の欄に記入してください。
解答欄外の余白，採点欄および裏面には一切記入してはいけません。
3. 問題用紙の余白は計算および下書きに用いてもかまいません。
4. この冊子の総ページ数は12ページです。問題文は2～6ページに書かれています。
試験開始直後，総ページ数および落丁などを確認し，不備がある場合はすぐに手を上げて監督者に知らせてください。
5. 不明瞭な文字・まぎらわしい数字は採点の対象としませんので注意してください。
6. 問題冊子は終了後必ず持ち帰ってください。

《 指示があるまで開かないこと 》

I　次の $\boxed{}$ にあてはまる最も適当な数または式などを解答欄に記入しなさい。

（1）　2次方程式 $x^2+kx+k+8=0$ が異なる2つの実数解 α, β をもつとする。このとき，定数 k の値の範囲は $k<$ $\boxed{(ア)}$ または $k>$ $\boxed{(イ)}$ である。さらに，このとき $\alpha^2+\beta^2=19$ となるような定数 k の値は $k=$ $\boxed{(ウ)}$ である。

（2）　xyz 空間の A$(1, 0, 0)$，B$(-1, 0, 0)$，C$(0, \sqrt{3}, 0)$ を3頂点とする三角形を底面にもち，$z \geqq 0$ の部分にある正四面体 ABCD を考える。頂点 D の座標は $\boxed{(エ)}$ である。また4頂点において正四面体 ABCD に外接する球の中心 E の座標は $\boxed{(オ)}$ であり，$\overrightarrow{\mathrm{EA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{EB}}$ のなす角を θ $(0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ)$ とすると $\cos\theta=$ $\boxed{(カ)}$ である。

（3）　n を自然数とする。白玉5個と赤玉 n 個が入っている袋から同時に玉を2個取り出すとき，取り出した玉の色が異なる確率を p_n とする。このとき $p_n=$ $\boxed{(キ)}$ である。また $p_n \leqq \dfrac{1}{5}$ となる最小の自然数 n は $n=$ $\boxed{(ク)}$ である。

Ⅱ　次の $\boxed{}$ にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

（1） 多項式 $f(x)=5x^3-12x^2+8x+1$ を $x-1$ で割ったときの商 $g(x)$ は $g(x)=$ $\boxed{（ケ）}$ であり，余りは $\boxed{（コ）}$ である。また，$g(x)$ を $x-1$ で割ったときの余りは $\boxed{（サ）}$ である。

さらに，定数 $\boxed{（コ）}$，$\boxed{（サ）}$，$\boxed{（シ）}$，$\boxed{（ス）}$ を用いると，x についての恒等式

$$\frac{f(x)}{(x-1)^4}=\frac{\boxed{（コ）}}{(x-1)^4}+\frac{\boxed{（サ）}}{(x-1)^3}+\frac{\boxed{（シ）}}{(x-1)^2}+\frac{\boxed{（ス）}}{x-1}$$

が成り立つ。

（2） 点Oを中心とする半径1の円周上の3点A，B，Cが

$$5\overrightarrow{\mathrm{OA}}+6\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-7\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$

を満たすとする。このとき $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=$ $\boxed{（セ）}$ であり，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=$ $\boxed{（ソ）}$ である。また $\angle\mathrm{ACB}$ の大きさを $\theta\ (0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ)$ とすると $\sin\theta=$ $\boxed{（タ）}$ である。

Ⅲ　次の $\boxed{}$ にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

A を与えられた自然数として，

$$a_1 = 3A, \qquad a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 2 & (n \text{ が奇数のとき}) \\ a_n - 1 & (n \text{ が偶数のとき}) \end{cases}$$

によって定まる数列 $\{a_n\}$ を考える。

（1）　a_5，a_6 を A を用いて表すと，$a_5 = \boxed{\text{（チ）}}$，$a_6 = \boxed{\text{（ツ）}}$ である。

また一般に，a_n を n と A を用いて表すと，

$$a_n = \begin{cases} \boxed{\text{（テ）}} & (n \text{ が奇数のとき}) \\ \boxed{\text{（ト）}} & (n \text{ が偶数のとき}) \end{cases}$$

となる。

（2）　$a_n > 0$ となる最大の自然数 n を N とする。N を A を用いて表すと

$N = \boxed{\text{（ナ）}}$ であり，また $\displaystyle\sum_{n=1}^{N} a_n = \boxed{\text{（ニ）}}$ である。

Ⅳ　関数 $y=\sin\theta\cos\theta-\sin\theta+\cos\theta$ について考える。以下に答えなさい。

（1）　$t=\cos\theta-\sin\theta$ とおくとき，y を t の式で表しなさい。

（2）　θ が $0\leqq\theta\leqq\pi$ の範囲を動くとき，t の動く範囲を求めなさい。

（3）　θ が $0\leqq\theta\leqq\pi$ の範囲を動くとき，y の最大値，最小値と，それらを与える θ の値をそれぞれ求めなさい。

V　$f(x)=(x-1)|x-3|-4x+12$ とする。また，曲線 $y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}(1, f(1))$ における接線を ℓ とする。以下に答えなさい。

（1） $y=f(x)$ のグラフをかきなさい。

（2） 直線 ℓ の方程式を求めなさい。

（3） 曲線 $y=f(x)$ と直線 ℓ の点 P 以外の共有点 Q の座標を求めなさい。

（4） 曲線 $y=f(x)$ と直線 ℓ で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。