平成27年度(2015)

慶應義塾大学入学試験問題

商学部

数学

注意
1. 受験番号と氏名は，解答用紙Ａ（マークシート）と解答用紙Ｂのそれぞれ所定の欄に必ず記入すること。さらに，解答用紙Ａ（マークシート）の受験番号欄をマークすること。
2. 解答は，必ず指定された解答用紙の所定の欄に記入ないしマークすること。解答欄外の余白および採点欄には一切記入してはならない。
3. 解答用紙Ａ（マークシート）への記入に先立って，用紙上に記載された注意事項を必ず読むこと。
4. 試験開始後，２ページに記載された「解答するにあたっての注意」を読んでから解答すること。
5. 問題用紙は下書きに用いてよろしい。
6. この冊子の総ページ数は８ページである。なお，中に計算用紙（ページ番号なし）が折り込まれている。

試験開始の合図とともに全てのページが揃っているか確認してください。ページが抜けていたり重複するページがあったら直ちに監督者に申し出てください。

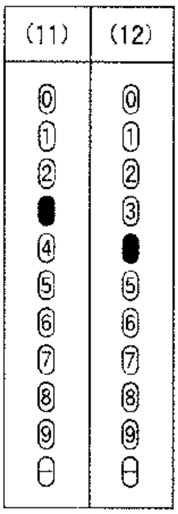
《指示があるまで開かないこと》

《 解答するにあたっての注意 》

1. 問題Ⅲ（ii）の解答は**解答用紙B**の所定の位置に記入し，それ以外の問題の解答は**解答用紙A（マークシート）**にマークしなさい。

2. 解答が分数の場合は，既約分数で解答しなさい。また，解答が根号を含む場合は，根号の中はできる限り簡単な形にしなさい。

3. マークシートの記入にあたっては，次の例を参考にしなさい。
   [例] | (11) | (12) | と表示のある問いに対して，「34」と解答する場合には，以下に示すように解答欄（11）の③にマークし，解答欄（12）の④にマークしなさい。



4. マークシートにある㊀はマイナス符号－を意味するが，この記号は使用しない。

I. Oを原点とする座標空間に，２点A $(0,1,2)$，B $(1,2,0)$ がある。

(i) $\triangle$OAB の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{(1)}\,\boxed{(2)}}}{\boxed{(3)}}$ である。

(ii) 点Cの位置を，位置ベクトル

$$\overrightarrow{OC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$$

によって定める。このとき，$\triangle$ABC と $\triangle$OAB の面積の比は

$$\frac{\triangle \mathrm{ABC}}{\triangle \mathrm{OAB}}=\frac{\boxed{(4)}}{\boxed{(5)}}$$

である。

(iii) ２つのベクトル $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ の両方に垂直な単位ベクトルのうちの１つは，

$$\frac{\sqrt{\boxed{(6)}\,\boxed{(7)}}}{21}\left(\boxed{(8)},-\boxed{(9)},1\right)$$

である。

(iv) t を実数として，点D $\left(\dfrac{t^2}{4},4t,19\right)$ を定める。このとき，四面体ABCD の体積 $V(t)$ は

$$V(t)=\frac{\boxed{(10)}}{\boxed{(11)}\,\boxed{(12)}}\left(t^2-\boxed{(13)}\,t+\boxed{(14)}\,\boxed{(15)}\right)$$

である。

(v) 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1=1,\qquad a_{n+1}=a_n+\frac{n+1}{10}\quad(n=1,2,3,\cdots)$$

このとき，$V(a_n)$ は，$n=\boxed{(16)}$ で最小となる。

II. 半径1の円周上に8個の点があり，それぞれの点は隣り合う点とすべて等間隔に配置されている。それらの点には，反時計回りに1から8までの番号が順番についている。また，中の見えない袋の中に，8個の球が入っていて，それらの球には，1から8の番号が1つずつ書かれている。

(i) 袋から同時に3つの球を取り出すとき，取り出した球と同じ番号のついた円周上の3点を頂点とする三角形の作り方は，全部で $\boxed{(17)\,(18)}$ 通りある。このとき，作られた三角形の面積と，その面積が得られる確率の一覧表を作ることができる。以下の表を，上から下に面積の小さい順に並べて完成させなさい。

面積	確率
$\dfrac{\sqrt{\boxed{(19)}}-\boxed{(20)}}{\boxed{(21)}}$	$\dfrac{\boxed{(22)}}{\boxed{(23)}}$
$\dfrac{\boxed{(24)}}{\boxed{(25)}}$	$\dfrac{\boxed{(26)}}{\boxed{(27)}}$
$\dfrac{\sqrt{\boxed{(28)}}}{\boxed{(29)}}$	$\dfrac{\boxed{(30)}}{\boxed{(31)}}$
$\boxed{(32)}$	$\dfrac{\boxed{(33)}}{\boxed{(34)}}$
$\dfrac{\sqrt{\boxed{(35)}}+\boxed{(36)}}{\boxed{(37)}}$	$\dfrac{\boxed{(38)}}{\boxed{(39)}}$

(ii) 袋から同時に４つの球を取り出すとき，取り出した球と同じ番号のついた円周上の４点を頂点とする四角形の作り方は，全部で $\boxed{(40)\,\vdots\,(41)}$ 通りある。このとき，作られた四角形の面積と，その面積が得られる確率の一覧表を作ることができる。以下の表を，上から下に面積の小さい順に並べて完成させなさい。

面積	確率
$\dfrac{\sqrt{\boxed{(42)}}}{\boxed{(43)}}$	$\dfrac{\boxed{(44)}}{\boxed{(45)\,\vdots\,(46)}}$
$\dfrac{\sqrt{\boxed{(47)}}+\boxed{(48)}}{\boxed{(49)}}$	$\dfrac{\boxed{(50)\,\vdots\,(51)}}{\boxed{(52)\,\vdots\,(53)}}$
$\sqrt{\boxed{(54)}}$	$\dfrac{\boxed{(55)}}{\boxed{(56)\,\vdots\,(57)}}$
$\dfrac{\sqrt{\boxed{(58)}}+\boxed{(59)}}{\boxed{(60)}}$	$\dfrac{\boxed{(61)\,\vdots\,(62)}}{\boxed{(63)\,\vdots\,(64)}}$
$\boxed{(65)}$	$\dfrac{\boxed{(66)}}{\boxed{(67)\,\vdots\,(68)}}$

III. M社はブドウを栽培し，それを原料にしたワインを醸造して世界中に販売している，としよう。一般には，企業の業績には，社内のさまざまな活動だけでなく，社外の要因も大きくかかわっている。しかしながら，ここでは，問題が複雑にならないように，一部の活動に限定して，M社の醸造計画を考えてみよう。

栽培および醸造において，量と質には，醸造量が増えれば増えるほどワインの品質が低下する，という関係があると仮定する。この関係は，

$$q = a - bx$$

という単純な式で表されるとする。ここで，xはワインの醸造量（リットル），qはワインの品質の高さを表すM社が独自に定めた指標とし，aとbは正の実数とする。また，変数xのとり得る値の範囲は，xとqがともに正の値となる範囲とする。

醸造されるワインはすべて同一の品質で，同一の価格で販売されるものとし，その価格をp（円／リットル）で表す。市場において，品質の高いワインは希少性が増すため，その価格は非常に高いものになる。この関係は，

$$p = cq^2$$

で表されると仮定する。ただし，cは正の実数とする。また，醸造されたワインは，上記で定まる価格で，すべて残らずに販売されてしまうものとする。

M社は，以上の諸条件を前提にして，その年の栽培および醸造を行う。すなわち，醸造量をxと決め，それに応じて適切な栽培および醸造を行うことにより，品質の指標がqとなるワインを作り，その全量（すなわちx）を品質の指標qに応じた価格pで販売し，売上高$y = px$（円）を得る。

(i) 売上高は，

$$x = \frac{\boxed{(69)}}{\boxed{(70)}} \cdot \frac{a}{b} \quad (\text{リットル})$$

のとき，最大値

$$\frac{\boxed{(71)}}{\boxed{(72)\ (73)}} \cdot \frac{ca^{\boxed{(74)}}}{b} \quad (\text{円})$$

をとる。

(ii) 次に，ワインを醸造するに際し，技術上の制約や販売上の都合などの理由で，醸造量の下限が設けられているとしよう。この下限を正の実数 m（リットル）で表す。x の取り得る値の範囲には，x が m 以上という条件が追加されることになる。このときの売上高の最大値を $\bar{y}$ で表し，それを与える醸造量を $\bar{x}$ で表す。$\bar{x}$ は m の関数であるので，これを $\bar{x} = f(m)$ で表す。関数 $f(m)$ の定義域を $0 < m < \dfrac{a}{b}$ として，この関数のグラフを解答用紙Bの解答欄の所定の枠内に描きなさい。

同様に，$\bar{y}$ も m の関数であるので，これを $\bar{y} = g(m)$ で表す。関数 $g(m)$ の定義域を $0 < m < \dfrac{a}{b}$ として，この関数のグラフを解答用紙Bの解答欄の所定の枠内に描きなさい。