2014年度

慶應義塾大学入学試験問題

薬　学　部

数　学

注　意　1. マークシートの所定の欄に氏名と受験番号を記入し，受験番号をマークしなさい．

2. マークシートのマークの仕方は，試験開始後，2ページの「マークシートの解答上の注意」に従いなさい．

3. マークシートへのマークはHBの黒鉛筆を使用しなさい．

4. マークシートの指定された場所以外には，いっさい記入してはいけません．

5. 問題冊子の余白は，下書き用に使用してもかまいません．

6. この冊子は全部で15ページです．5～12ページは計算用紙になっています．試験開始直後，総ページ数および落丁の有無などを確認し，不備がある場合はすぐに手を上げて監督者に知らせてください．

7. 問題冊子は必ず持ち帰ってください．

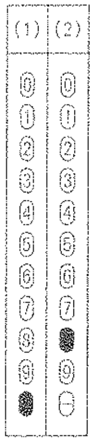
《 指示があるまで開かないこと 》

マークシートの解答上の注意

問題文中の $\boxed{(1)(2)}$ ，$\boxed{(3)}$ などの $\boxed{}$ には，数値またはマイナス符号(−)が入ります．これらを次の方法でマークシートの指定欄に解答しなさい．

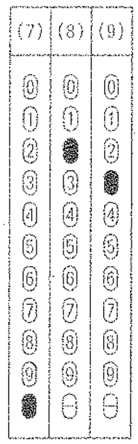
(i) (1)，(2)，(3)・・・のひとつひとつは，それぞれ0から9までの数字，またはマイナス符号(−)のいずれかに対応します．それらを(1)，(2)，(3)・・・で示された解答欄の該当する箇所にマークしなさい．

［例］ $\boxed{(1)(2)}$ に -8 と答えるとき，



(ii) 分数で解答が求められているときは，既約分数で答えなさい．答が負の場合はマイナス符号(−)は分子に付けなさい．分母に付けてはいけません．

［例］ $\dfrac{\boxed{(7)(8)}}{\boxed{(9)}}$ に $-\dfrac{2}{3}$ と答えるとき，



〔Ⅰ〕

(1) 実数 x の関数 $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + 4b - 2$ は，$\displaystyle\lim_{x \to 4} \frac{f(x)}{x-2} = -5$ を満たす．ただし，a，b は実数とする．このとき，

(i) b を a の式で表すと，$b = \boxed{(1)}\,a - \boxed{(2)}$ である．

(ii) x の値が 3 から 6 まで変化するときの関数 $f(x)$ の平均変化率が，関数 $f(x)$ の $x = 2 + \sqrt{7}$ における微分係数に等しいとき，$a = \boxed{(3)}$，$b = \boxed{(4)}$ である．

(2) 実数 a についての方程式

$$A = \left|2a + \frac{4}{3}k\right| + \left|a - \frac{8}{9}k\right|$$

において，$a = \dfrac{1}{4}$ のとき $A = \dfrac{21}{4}$ である．ただし，k は正の実数の定数とする．このとき，

(i) $k = \dfrac{\boxed{(5)}}{\boxed{(6)}}$ である．

(ii) A の最小値は $\dfrac{\boxed{(7)}}{\boxed{(8)}}$ であり，このときの a の値は $\dfrac{\boxed{(9)(10)}}{\boxed{(11)}}$ である．

(3) n を自然数とする．数列 $\{a_n\}$ は，$a_1 = 5$，$a_{n+1} = \dfrac{25}{{a_n}^2}$ を満たす．このとき，

(i) $a_3 = \boxed{(12)(13)}$，$a_4 = \dfrac{\boxed{(14)}}{\boxed{(15)(16)}}$ である．

(ii) $b_n = \log_5 a_n$ とおくとき，数列 $\{b_n\}$ の一般項を n の式で表すと，

$$b_n = \frac{\left(\boxed{(17)(18)}\right)^{n-1}}{\boxed{(19)}} + \frac{\boxed{(20)}}{\boxed{(21)}}$$ である．

(4) 円に内接する四角形ABCDにおいて，$\angle \mathrm{BCD} = 60^\circ$，$\mathrm{CD} = 2\sqrt{6}$，$\angle \mathrm{DAB} > \angle \mathrm{CDA}$ である．また2直線BA，CDの交点をE，2直線DA，CBの交点をFとすると，$\angle \mathrm{AFB} = 45^\circ$，$\mathrm{DE} = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$ である．このとき，

(i) $\angle \mathrm{AED}$ の大きさは $\boxed{(22)(23)}^\circ$ であり，辺EBの長さは $\boxed{(24)}$ である．

(ii) 三角形AEDの面積は，三角形CEBの面積の $\dfrac{\boxed{(25)} - \sqrt{\boxed{(26)}}}{\boxed{(27)}}$ 倍である．

(5) xy 平面上に放物線 $C : 2x^2 + (k-5)x - (k+1)y + 6k - 14 = 0$ と直線 $l : y = \dfrac{1}{2}x$ がある．k は $k \neq -1$ を満たす実数とする．放物線 C は -1 を除くすべての実数 k に対して2定点 $\mathrm{A}(x_\mathrm{A},\ y_\mathrm{A})$，$\mathrm{B}(x_\mathrm{B},\ y_\mathrm{B})$ を通る．ただし，$x_\mathrm{A} < x_\mathrm{B}$ とする．このとき，

(i) 2点A，Bの座標は

$(x_\mathrm{A},\ y_\mathrm{A}) = \left(\boxed{(28)(29)},\ \boxed{(30)}\right)$，$(x_\mathrm{B},\ y_\mathrm{B}) = \left(\boxed{(31)},\ \boxed{(32)(33)}\right)$ である．

(ii) 直線 l 上に点Pをおき，2点A，Bをそれぞれ点Pと線分で結ぶとき，

距離の和 $\mathrm{AP} + \mathrm{BP}$ を最小にする点Pの座標は $\left(\dfrac{\boxed{(34)(35)}}{\boxed{(36)}},\ \dfrac{\boxed{(37)(38)}}{\boxed{(39)}}\right)$ である．

《〔II〕以降は13ページ以降にあります》

［II］Oを原点とするxy平面上に円 $C: x^2+y^2=r^2$ と放物線 $D: y=\dfrac{1}{2}x^2-t$ がある．ただし r と t はそれぞれ正の実数の定数とする．点$(0, -55)$から放物線Dに傾きが正の接線を引くとき，その接線の傾きは$3\sqrt{6}$である．放物線D上にはx座標がそれぞれ$-4\sqrt{3}$，$4\sqrt{3}$である点P，Qがあり，円Cはこの2点P，Qを通る．このとき，

(1) $t=\boxed{(40)(41)}$ である．

(2) $r=\boxed{(42)}$ である．

(3) 円Cと2線分OP，OQで囲まれる2つの扇形のうち，∠POQがπより小さい方の面積は

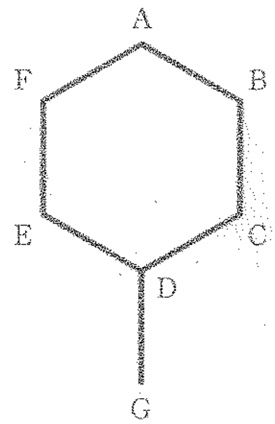
$\dfrac{\boxed{(43)(44)}}{\boxed{(45)}}\pi$ である．

(4) 円Cと放物線Dで囲まれた図形のうち，

$$\begin{cases} x^2+y^2 \geqq r^2 \\ y \geqq \dfrac{1}{2}x^2-t \end{cases}$$

で表される図形の面積は $\boxed{(46)(47)(48)}\sqrt{\boxed{(49)}}-\dfrac{\boxed{(50)(51)}}{\boxed{(52)}}\pi$ である．

〔III〕正六角形 ABCDEF の頂点 D と正六角形の外部の点 G を線分で結んだ右のような図形がある．動点 P はこの図形の線分上を動き，点から点へ移動する．動点 P の隣接する点への移動には 1 秒間を要する．また，隣接する点が複数あるときは，等しい確率でどれか 1 つの点に移動するものとする．



(1) 動点 P が A から出発して 4 秒後に G にいる確率は $\dfrac{\boxed{(53)}}{\boxed{(54)(55)}}$ である．

(2) 動点 P が A から出発して 5 秒後に D にいる確率は $\dfrac{\boxed{(56)(57)}}{\boxed{(58)(59)}}$ である．

(3) 動点 P が A から出発して D に到達した時点で移動を終了するとき，$2n+1$ 秒以内に移動を終了する確率は $\dfrac{\boxed{(60)}^n - \boxed{(61)}^n}{\boxed{(62)}^n}$ である．ただし，n は自然数とする．

〔IV〕 正四面体OABCにおいて辺OAの中点をD，辺OBを1：2に内分する点をE，辺OCを $m:(1-m)$ に内分する点をFとする．ただし，m は $0<m<1$ を満たす実数の定数とする．Eから3点O，A，Cの定める平面に垂線EHを下ろし，直線OHと線分DFの交点をIとする．三角形ODEの面積は $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$ であり，四面体ODEFの体積は正四面体OABCの体積の $\dfrac{5}{54}$ 倍である．このとき，

(1) 正四面体OABCの一辺の長さは $\boxed{(63)}\sqrt{\boxed{(64)}}$ であり，体積は $\boxed{(65)(66)}\sqrt{\boxed{(67)}}$ である．

(2) $m=\dfrac{\boxed{(68)}}{\boxed{(69)}}$ である．

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OI}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を用いて表すと，$\overrightarrow{\mathrm{OI}}=\dfrac{\boxed{(70)(71)}}{\boxed{(72)(73)}}\overrightarrow{\mathrm{OD}}+\dfrac{\boxed{(74)}}{\boxed{(75)(76)}}\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ である．