

2014 年 度  
慶應義塾大学入学試験問題

環 境 情 報 学 部

数 学

注 意 事 項 1

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
2. この冊子は全部で 12 ページです。問題は I、II、III、IV、V です。試験開始後直ちに確認してください。
3. 問題冊子の 2 ページに「注意事項 2」があります。試験開始後必ず読んでください。
4. 問題冊子は、試験終了後必ず持ち帰ってください。
5. 受験番号と氏名は、解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 解答用紙の「注意事項」を必ず読んでください。

## 注 意 事 項 2

問題冊子に数字の入った  $\square$  があります。それらの数字は解答用紙の解答欄の番号を表しています。対応する番号の解答欄の 0 から 9 までの数字または－ (マイナスの符号) をマークしてください。

問題 I、II、III、IV は解答欄の (1)～(49) を使って答えてください。

問題 V は、選択問題となっています。解答用紙の V-1 もしくは V-2 を黒く塗りつぶすことにより選択した問題を示してから解答してください。

問題 V-1 は解答欄の (101)～(116) を、問題 V-2 は解答欄の (201)～(214) を使って答えてください。選択しなかった問題に対応する解答欄には何もマークしないでください。

分数および分数式は約分した形で解答してください。ルート記号の中は平方因子を含まない形で解答してください。マイナスの符号は分母には使えません。  $\square$  が 2 個以上つながったとき、マイナスの符号および 0 の使い方は、つぎの例のようにしてください。

例

$$8 \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 8 \\ \hline \end{array}$$

$$-3 \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline - & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$-\frac{3}{9} \longrightarrow -\frac{1}{3} \longrightarrow \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline - & 1 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 3 \\ \hline \end{array}}$$

$$-\sqrt{24} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline - & 2 \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 6 \\ \hline \end{array}}$$

$$\frac{4a}{-2+2a} \longrightarrow \frac{-2a}{1-a} \longrightarrow \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline - & 2 \\ \hline \end{array} a}{1 - \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array} a}$$

I (1)  $x, y, z$  は実数で  $xyz \neq 0$  とする. もし

$$2^x = 3^y = \boxed{\boxed{(1)} \boxed{(2)}}^z$$

ならば

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{z}$$

である.

(2) 関数  $f(x) = x^2 - 2$  に対して,  $g(x) = f(f(x))$  とおく. このとき, 方程式  $g(x) = x$  の解は

$$\boxed{(3)} \boxed{(4)}, \boxed{(5)} \boxed{(6)}, \frac{\boxed{(7)} \boxed{(8)} \pm \sqrt{\boxed{(9)} \boxed{(10)}}}{\boxed{(11)} \boxed{(12)}}$$

である. ただし, 最初の数  $\boxed{(3)}$  は 2 番目の数より小とする.

(3) 直線  $y = -3x$  上の点  $P$  と, 曲線  $xy = 2$  ( $x > 0$ ) 上の点  $Q$  の間の距離の最小値は

$$\frac{\boxed{(13)} \sqrt{\boxed{(14)} \boxed{(15)}}}{\boxed{(16)} \boxed{(17)}}$$

である.

II (1)

$$\int_0^1 |x - a|(x + 1) dx$$

を最小にする  $a$  の値は

$$a = \frac{(18)(19)}{(22)(23)} + \frac{(20)(21)}{(22)(23)} \sqrt{\frac{(24)(25)}{(22)(23)}}$$

である.

(2)  $f(a)$  を  $0 \leq x \leq 1$  における  $|x - a|(x + 1)$  の最大値とする. このとき  $f(a)$  を最小にする  $a$  の値は

$$a = \frac{(26)(27)}{(28)(29)}$$

である.

(計算用)

III (1) 1 から 15 までの自然数全体からなる集合  $\{1, 2, \dots, 15\}$  の部分集合で, 10 個の要素からなり, すべての要素の和が 56 以上になるものは全部で 

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| (30) | (31) | (32) | (33) |
|------|------|------|------|

 個ある.

(2) 女子 7 人と男子 4 人がいる. その中から 3 人を選び, 3 個の異なるお菓子を 1 人に 1 個ずつ与える. ただし, 2 人以上の女子を選ばなければならないとすると, 与える方法は 

|      |      |      |
|------|------|------|
| (34) | (35) | (36) |
|------|------|------|

 通りである.

IV 関数  $f_1(x), g_1(x)$  をつぎのように定める.

$$f_1(x) = \begin{cases} 1 & (x > 1) \\ x & (-1 \leq x \leq 1) \\ -1 & (x < -1) \end{cases}$$

$$g_1(x) = \frac{1}{2}(f_1(1+x) + f_1(1-x))$$

このとき

$$\int_{-1}^1 g_1(x) dx = \frac{\boxed{(37)}}{\boxed{(38)}}$$

である.

つぎに関数  $f_2(x)$  をつぎのように定める.

$$f_2(x) = \int_0^x g_1(t) dt$$

このとき

$$f_2(x) = x - \frac{x^2}{\boxed{(39)}} \quad (0 \leq x \leq 2), \quad \int_0^2 f_2(x) dx = \frac{\boxed{(40)}}{\boxed{(41)}}$$

を得る. さらに

$$g_2(x) = \frac{1}{2}(f_2(1+x) + f_2(1-x))$$

とおけば

$$g_2(x) = \frac{\boxed{(42)}}{\boxed{(43)}} - \frac{\boxed{(44)}}{\boxed{(45)}} x + \frac{\boxed{(46)}}{\boxed{(47)}} x^2 \quad (1 \leq x \leq 3)$$

そして

$$\int_{-3}^3 g_2(x) dx = \boxed{(48)}\boxed{(49)}$$

を得る.

(計算用)



V つぎの **1**, **2** のうち, いずれか 1 問を選択し答えなさい. **1** を選択する場合, 解答用紙の V-1 をマークし, **2** を選択する場合, V-2 をマークしなさい.

**1** 数列  $\{a_n\}$  に対してつぎのように定められる数列  $\{b_n\}$  を  $\{a_n\}$  の階差数列という.

$$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$\{b_n\}$  の階差数列を  $\{c_n\}$  とし,  $\{c_n\}$  の階差数列を  $\{d_n\}$  としよう. いま

$$a_1 = 1, \quad b_1 = 2, \quad c_1 = 4$$

であり,  $d_n$  はすべて 8 に等しいとする. このとき

$$a_5 = \boxed{(101)}\boxed{(102)}, \quad a_6 = \boxed{(103)}\boxed{(104)}\boxed{(105)}, \quad a_7 = \boxed{(106)}\boxed{(107)}\boxed{(108)}$$

であり, 一般に

$$a_n = \frac{1}{3} \left( \boxed{(109)}\boxed{(110)} n^3 - \boxed{(111)}\boxed{(112)} n^2 + \boxed{(113)}\boxed{(114)} n - \boxed{(115)}\boxed{(116)} \right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である.

2  $n$  を正の整数とし、正数  $a$  の  $n$  乗を計算するとき、単純には  $n - 1$  回のかけ算をおこなえばよいが、公式

$$a^{pq} = (a^p)^q$$

を用いるとより効率的に計算することができる。たとえば、 $3^{10}$  の計算は、単純に計算すると 9 回のかけ算が必要になるが

$$3^{10} = (3^2)^5 = 9^5 = 9 \times 9^4 = 9 \times (9^2)^2 = 9 \times 81^2 = 9 \times 6561 = 59049$$

とすれば、4 回のかけ算で計算することができる。

つぎのプログラムは、正数  $A$  と正の整数  $N$  を入力したとき、 $A$  の  $N$  乗を計算するものである。プログラムの空欄に入るもっとも適切な選択肢を選び、その番号を答えなさい。

```
100 INPUT A
110 INPUT N
120 LET X = 

|       |       |
|-------|-------|
| (201) | (202) |
|-------|-------|


130 IF N = 0 THEN GOTO 190
140 IF INT(N / 2) = 

|       |       |
|-------|-------|
| (203) | (204) |
|-------|-------|

 THEN GOTO 

|       |       |
|-------|-------|
| (205) | (206) |
|-------|-------|


150 LET X = 

|       |       |
|-------|-------|
| (207) | (208) |
|-------|-------|


160 LET N = 

|       |       |
|-------|-------|
| (209) | (210) |
|-------|-------|


170 LET A = 

|       |       |
|-------|-------|
| (211) | (212) |
|-------|-------|


180 GOTO 

|       |       |
|-------|-------|
| (213) | (214) |
|-------|-------|


190 PRINT X
200 END
```

[選択肢]

- |              |                   |              |              |
|--------------|-------------------|--------------|--------------|
| (10) 0       | (11) 1            | (12) 2       | (13) 130     |
| (14) 140     | (15) 150          | (16) 160     | (17) 170     |
| (18) 180     | (19) 190          | (20) $A * N$ | (21) $A * A$ |
| (22) $A * X$ | (23) $A * 2$      | (24) $N + 1$ | (25) $N - 1$ |
| (26) $N * 2$ | (27) $INT(N / 2)$ | (28) $N / 2$ | (29) $X * X$ |
| (30) $X * 2$ |                   |              |              |

(計算用)