2014年度

慶應義塾大学入学試験問題

総合政策学部

数学

注意事項1

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
2. この冊子は全部で12ページです。問題はI、II、III、IV、Vです。試験開始後直ちに確認してください。
3. 問題冊子の2ページに「注意事項2」があります。試験開始後必ず読んでください。
4. 問題冊子は、試験終了後必ず持ち帰ってください。
5. 受験番号と氏名は、解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 解答用紙の「注意事項」を必ず読んでください。

注 意 事 項 2

問題冊子に数字の入った $\boxed{}$ があります。それらの数字は解答用紙の解答欄の番号を表しています。対応する番号の解答欄の 0 から 9 までの数字または－ (マイナスの符号) をマークしてください。

問題 I、II、III、IV は解答欄の (1)~(54) を使って答えてください。

問題 V は、選択問題となっています。解答用紙の V-1 もしくは V-2 を黒く塗りつぶすことにより選択した問題を示してから解答してください。

問題 V-1 は解答欄の (101)~(113) を、問題 V-2 は解答欄の (201)~(214) を使って答えてください。選択しなかった問題に対応する解答欄には何もマークしないでください。

分数および分数式は約分した形で解答してください。ルート記号の中は平方因子を含まない形で解答してください。マイナスの符号は分母には使えません。 $\boxed{}$ が 2 個以上つながったとき、マイナスの符号および 0 の使い方は、つぎの例のようにしてください。

例

$$8 \longrightarrow \boxed{0}\boxed{8}$$

$$-3 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{3}$$

$$-\frac{3}{9} \longrightarrow -\frac{1}{3} \longrightarrow \frac{\boxed{-}\boxed{1}}{\boxed{0}\boxed{3}}$$

$$-\sqrt{24} \longrightarrow \boxed{-}\boxed{2}\sqrt{\boxed{0}\boxed{6}}$$

$$\frac{4a}{-2+2a} \longrightarrow \frac{-2a}{1-a} \longrightarrow \frac{\boxed{0}\boxed{0} + \boxed{-}\boxed{2}\,a}{1-\boxed{0}\boxed{1}\,a}$$

I (1) 座標平面上の 3 点 A(4, 8), O(0, 0), C(12, 0) を頂点とする三角形 △AOC に接する正方形を，一辺が OC 上にあり，2 頂点が三角形の他の辺上にあるようにとる．このとき正方形の一辺の長さは

$$\frac{\boxed{(1)}\boxed{(2)}}{\boxed{(3)}\boxed{(4)}}$$

である．

(2) u, v を $0 < u < 2,\ 0 < v$ なる実数とするとき

$$(u-v)^2 + \left(\sqrt{4-u^2} - \frac{18}{v}\right)^2$$

は

$$u = \sqrt{\boxed{(5)}}, \quad v = \boxed{(6)}\sqrt{\boxed{(7)}}$$

のとき，最小値 $\boxed{(8)}\boxed{(9)}$ をとる．(ヒント：平面上の 2 点の距離を考える.)

II x に関する 3 つの関数 $f_1(x) = x(15-x)$, $f_2(x) = \dfrac{x(30-x)}{2}$, $f_3(x) = x(17-x)$ が与えられている．

(1) $x_1 + x_2 = c$, $x_1 \geqq 0$, $x_2 \geqq 0$ という条件の下で $f_1(x_1) + f_2(x_2)$ を最大にする問題を考える．ただし，c は 20 以下の正数とする．最大値 $V(c)$ を与える x_1, x_2 の値をそれぞれ p, q とすると，$q = \dfrac{\boxed{(10)}\boxed{(11)}}{\boxed{(12)}\boxed{(13)}} c$ である．$V(c) = 42$ となる c の値は $\boxed{(14)}\boxed{(15)}$ である．

(2) $x_1 + x_2 + x_3 = 20$, $x_1 \geqq 0$, $x_2 \geqq 0$, $x_3 \geqq 0$ という条件の下で

$$f_1(x_1) + f_2(x_2) + f_3(x_3)$$

を最大にする問題を考える．最大値を与える x_1, x_2, x_3 の値をそれぞれ p, q, r とすると

$$q = \frac{\boxed{(16)}\boxed{(17)}}{\boxed{(18)}\boxed{(19)}}, \quad r = \frac{\boxed{(20)}\boxed{(21)}}{\boxed{(22)}\boxed{(23)}}$$

である．

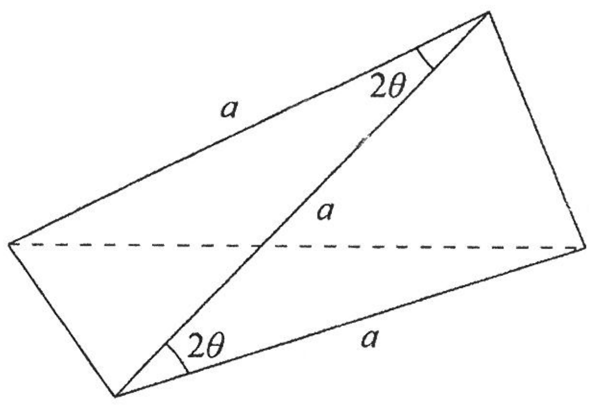
III 下図のように, 等しい辺の長さが a, その挟む角 (頂角) が 2θ である二等辺三角形を 4 つ使って四面体を作る. $x=\cos^2\theta$ とおけば, 四面体の体積 V は

$$V=\frac{\boxed{(24)}\boxed{(25)}}{\boxed{(26)}\boxed{(27)}}\left(1-\boxed{(28)}\,x\right)\sqrt{\boxed{(29)}\,x-1}\;a^3$$

となる. このように作られる四面体のなかで最大の四面体の体積は

$$\frac{\boxed{(30)}\sqrt{\boxed{(31)}}}{\boxed{(32)}\boxed{(33)}}\,a^3$$

である.



IV　ある国では消費税率を選挙で決めようとしている．5%, 10%, 15% を理想とする有権者はそれぞれ3600 万人ずついる．いま，選挙にあたって，3 つの政党 X, Y, Z が，5%, 10%, 15% のいずれかを公約すると仮定する．有権者は投票する際，自分の理想と一致する公約を掲げる政党に投票するか，理想と一致する公約がない場合，理想にもっとも近い税率を公約に掲げる政党に投票するものとする．ただし，この意味で投票する政党が 2 つ，あるいは 3 つあった場合，3600 万人の有権者達は 1800 万人ずつ，あるいは 1200 万人ずつ各政党に投票するものとする．たとえば，X と Z が 15%, Y が 5% を公約する場合，X, Y, Z の合計得票数はそれぞれ 30, 48, 30 (百万票) となる．この結果は表 3 に示されている．(次ページの (2) も答えなさい．)

(1) 各表の空欄にもっとも適切な数値を入れなさい．ただし単位は百万票とします．

表 1 (Z 党 5%)　得票数

X＼Y	5%	10%	15%
5%		(34)(35) , (36)(37) , (38)(39)	
10%			
15%			

表 2 (Z 党 10%)　得票数

X＼Y	5%	10%	15%
5%			
10%	(40)(41) , (42)(43) , (44)(45)		
15%			

表 3 (Z 党 15%)　得票数

X＼Y	5%	10%	15%
5%			
10%			(46)(47) , (48)(49) , (50)(51)
15%	30, 48, 30		

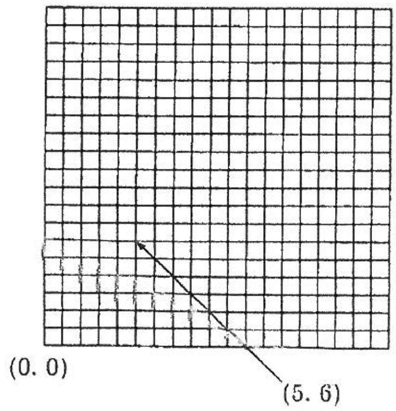
(2) 各党は得票数を最大化することを考えている. X, Y, Z がそれぞれ, 15%, 5%, 15% を選択する場合, Y と Z が公約を変えないとき, X は公約を 10% に変更すると X の得票数は増える. X と Z が公約を変えないとき, Y は公約を 10% に変更すると Y の得票数は増える. 同様に X と Y が公約を変えないとき, Z は公約を 10% に変更すると Z の得票数は増える. この意味で, 他党が公約を変更しなければ, 公約変更の動機が生まれることがある. ただし, 他党の公約が変わらないとき, 自らの公約を変更しても得票数が増えないならば, 公約変更の動機は生じないとする.

以上の意味で, 3 政党共に自らの公約を変更する動機が生じない場合の数は, 表 1 では $\boxed{(52)}$ 個, 表 2 では $\boxed{(53)}$ 個, 表 3 では $\boxed{(54)}$ 個である.

(計算用)

V　つぎの **1**，**2** のうち，いずれか 1 問を選択し答えなさい．**1** を選択する場合，解答用紙の V−1 をマークし，**2** を選択する場合，V−2 をマークしなさい．

1　座標平面上に下図のような 19 × 19 のます目が描かれている．それらの境界線を用いてできる長方形について考える．ここで，正方形も長方形とみなす．また，面積と形が同一であっても，位置が異なる場合には，異なる長方形とみなす．



(1) 図の左下の点を座標平面の原点 (0,0) とする．各ます目の幅を 1 とするとき，点 (5,6) を左下とする長方形の個数は $\boxed{(101)}\boxed{(102)}\boxed{(103)}$ である．

(2) すべての長方形の個数は $\boxed{(104)}\boxed{(105)}\boxed{(106)}\boxed{(107)}\boxed{(108)}$ である．

(3) すべての長方形のなかで正方形でないものの個数は $\boxed{(109)}\boxed{(110)}\boxed{(111)}\boxed{(112)}\boxed{(113)}$ である．

2 同じ文字列を空白をはさんで並べることで，いろいろな形を作ることができる．例えば，SFCを次のように並べることで，5行のSFC三角形を作ることができる．

```
        SFC
      SFC SFC
    SFC     SFC
  SFC         SFC
SFC SFC SFC SFC SFC
```

つぎのプログラムは，数Nを入力すると，N行のSFC三角形を出力するものである．プログラムの空欄に入るもっとも適切な選択肢を選び，その番号を解答欄に答えなさい．なお，各行の行末に空白を出力しないようにしなさい．

```
100 INPUT N
110 FOR I = 1 TO N
120 IF I = N THEN GOTO 160
130 FOR J = [(201)(202)] TO N
140 PRINT [(203)(204)] ;
150 NEXT J
160 FOR J = 1 TO [(205)(206)]
170 IF I = [(207)(208)] THEN GOTO 220
180 IF J = 1 THEN GOTO 220
190 IF J = [(209)(210)] THEN GOTO 220
200 PRINT [(211)(212)] ;
210 GOTO 230
220 PRINT [(213)(214)] ;
230 NEXT J
240 PRINT
250 NEXT I
260 END
```

[選択肢]

(10)	I	(11)	I + 1	(12)	I - 1	(13)	N - I
(14)	J	(15)	J + 1	(16)	J - 1	(17)	N - J
(18)	N	(19)	N + 1	(20)	N - 1	(21)	I - J
(22)	"␣"	(23)	"␣␣"	(24)	"␣␣␣␣"	(25)	"␣SFC"

(選択肢では分かりやすくするために文字列中の空白を␣で表している．)

(計算用)