2013年度

慶應義塾大学入学試験問題

薬学部

数学

注意
1. マークシートの所定の欄に氏名と受験番号を記入し，受験番号をマークしなさい．
2. マークシートのマークの仕方は，試験開始後，2ページの「マークシートの解答上の注意」に従いなさい．
3. マークシートへのマークはHBの黒鉛筆を使用しなさい．
4. マークシートの指定された場所以外には，いっさい記入してはいけません．
5. 問題冊子の余白は，下書き用に使用してもかまいません．
6. この冊子は全部で15ページです．5～12ページは計算用紙になっています．試験開始直後，総ページ数および落丁の有無などを確認し，不備がある場合はすぐに手を上げて監督者に知らせてください．
7. 問題冊子は必ず持ち帰ってください．

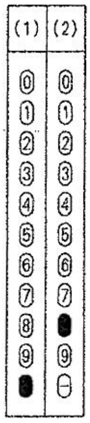
《 指示があるまで開かないこと 》

マークシートの解答上の注意

問題文中の $\boxed{(1)(2)}$，$\boxed{(3)}$ などの $\boxed{}$ には，特に指示のないかぎり，数値またはマイナス符号(−)が入ります．これらを次の方法でマークシートの指定欄に解答しなさい．

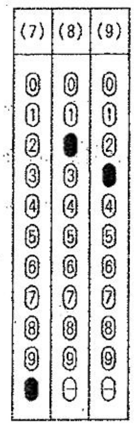
(i) (1)，(2)，(3)・・・のひとつひとつは，それぞれ0から9までの数字，またはマイナス符号(−)のいずれかに対応します．それらを(1)，(2)，(3)・・・で示された解答欄の該当する箇所にマークしなさい．

［例］ $\boxed{(1)(2)}$ に −8 と答えるとき，



(ii) 分数で解答が求められているときは，既約分数で答えなさい．答が負の場合はマイナス符号(−)は分子に付けなさい．分母に付けてはいけません．

［例］ $\dfrac{\boxed{(7)(8)}}{\boxed{(9)}}$ に $-\dfrac{2}{3}$ と答えるとき，



〔Ｉ〕以下の問の $\boxed{(1)}$ ～ $\boxed{(49)}$ にあてはまる適切な数値またはマイナス符号(－)をマークしなさい．

(1) 実数 x, y に対して $(i^{30} + i^{65})(x + yi) = -2 + 6i$ が成り立つ．ただし i は虚数単位とする．このとき，

(i) $x = \boxed{(1)}$, $y = \boxed{(2)(3)}$ である．

(ii) $\dfrac{x + yi}{i} + \dfrac{x - yi}{x + yi} = \dfrac{\boxed{(4)(5)} - \boxed{(6)(7)}\,i}{\boxed{(8)}}$ である．

(2) xy 平面上において，中心が直線 $y = \dfrac{1}{2}x$ 上にあり，x 軸に接して，点 $\left(\dfrac{12}{5}, \dfrac{16}{5}\right)$ を通る円がある．

(i) この円の方程式は

$x^2 + y^2 - \boxed{(9)}\,x - \boxed{(10)}\,y + \boxed{(11)(12)} = 0$ である．

(ii) この円の周および内部のすべての点 (x, y) に対して $y \leqq -\dfrac{3}{4}x + a^2 - a$ が成り立つような実数 a の値の範囲は

$a \leqq \dfrac{\boxed{(13)} - \sqrt{\boxed{(14)(15)}}}{\boxed{(16)}}$, $a \geqq \dfrac{\boxed{(17)} + \sqrt{\boxed{(18)(19)}}}{\boxed{(20)}}$ である．

(3) 実数 x は不等式 $\left(\dfrac{1}{81}\right)^{x^2} > 3^{21-20x}$ を満たす．このとき，

(i) x の値の範囲は $\dfrac{\boxed{(21)}}{\boxed{(22)}} < x < \dfrac{\boxed{(23)}}{\boxed{(24)}}$ である．

(ii) $\dfrac{x^{16}}{125} = x^{16\log_5 x}$ を満たす x の値は $\boxed{(25)}^{\frac{\boxed{(26)}}{\boxed{(27)}}}$ である．

(4) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，θ は不等式 $\sin 2\theta + \sqrt{2}\sin\theta + \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \leqq \frac{\sqrt{2}}{2}$ を満たす．このとき，

(i) θ の値の範囲は，

$$0 \leqq \theta \leqq \frac{\boxed{(28)}}{\boxed{(29)}}\pi,\quad \frac{\boxed{(30)}}{\boxed{(31)}}\pi \leqq \theta \leqq \frac{\boxed{(32)}}{\boxed{(33)}}\pi,\quad \frac{\boxed{(34)}}{\boxed{(35)}}\pi \leqq \theta < \boxed{(36)}\pi$$ である．

(ii) $y = \sin\theta + \cos\theta$ とおくとき，y の最小値は $\boxed{(37)}\sqrt{\boxed{(38)}}$，最大値は

$$\frac{\boxed{(39)} + \sqrt{\boxed{(40)}}}{\boxed{(41)}}$$ である．

(5) 空間に4点 A(2, 1, 3)，B(−3, 1, −5)，C(4, 2, 1)，D(8, 5, $2x-5$) があり，この4点は同じ平面上にある．2直線 BC，AD の交点を E とおく．このとき，

(i) $x = \frac{\boxed{(42)(43)}}{\boxed{(44)}}$ である．

(ii) △ACE の面積は $\frac{\boxed{(45)}\sqrt{\boxed{(46)(47)}}}{\boxed{(48)(49)}}$ である．

〔Ⅱ〕以下の問の $\boxed{(50)}$ ～ $\boxed{(57)}$ にあてはまる適切な数値をマークしなさい．

Aの箱には1から n までの番号が1つずつ書かれた球が各1個ずつ，計 n 個入っており，Bの箱には1から n までの番号が1つずつ書かれた球が各2個ずつ，計 $2n$ 個入っている．ただし，$n \geqq 3$ の自然数とする．

Aの箱から同時に球を3個取り出すとき，取り出した球の番号の最大値が5となる確率は $\dfrac{3}{28}$ である．Bの箱から同時に球を3個取り出すとき，取り出した球の番号の最大値をXとおく．このとき，

(1) $n = \boxed{(50)}$ である．

(2) $X = 4$ となる確率は $\dfrac{\boxed{(51)}}{\boxed{(52)(53)(54)}}$ である．

(3) Xの期待値は $\dfrac{\boxed{(55)(56)}}{\boxed{(57)}}$ である．

〔III〕 以下の問の $\boxed{(58)}$ ～ $\boxed{(72)}$ にあてはまる適切な数値をマークしなさい．

xy 平面上において，不等式 $0 \leqq y \leqq -x^2+n$ を満たす格子点（x 座標，y 座標がともに整数である点）の個数を a_n とする．ただし n は自然数とする．このとき，

(1) $a_3 = \boxed{(58)(59)}$，$a_4 = \boxed{(60)(61)}$ である．

(2) 自然数 s に対して

$$a_{s^2} = \frac{\boxed{(62)}}{\boxed{(63)}}s^3 + \frac{\boxed{(64)}}{\boxed{(65)}}s + \boxed{(66)}$$ と表すことができる．

(3) 自然数 t に対して a_{t^2} と $a_{(t+1)^2}$ が $a_{(t+1)^2} = a_{t^2} + 16t + 355$ の関係式を満たすとき，

$t = \boxed{(67)(68)}$ であり，このときの a_{t^2+5} の値は $\boxed{(69)(70)(71)(72)}$ である．

〔IV〕 以下の問の $\boxed{(73)}$ ～ $\boxed{(86)}$ にあてはまる適切な数値またはマイナス符号(－)をマークしなさい.

xy 平面上に 2 つの関数 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ のグラフがある.

$f(x)$ は $f(x)=\int_0^1 (at^2+btx+2x^2)\,dt$ であり, $x=\dfrac{7}{2}$ において極小値 $-\dfrac{9}{2}$ をとる.

$g(x)$ は $g(x)=x^2-10x+c$ である. ただし a, b, c は実数とする.

$y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフは異なる 2 点 P, Q で交わり, この 2 つの関数のグラフで囲まれた図形の面積を S_1 とする. また, 直線 PQ と平行となるように $y=g(x)$ の接線を引き, この接線と 2 つの関数のグラフとで囲まれた部分の面積の和を S_2 とする.

このとき,

(1) $a=\boxed{(73)(74)}$, $b=\boxed{(75)(76)(77)}$ である.

(2) c の値の範囲は $c>\boxed{(78)(79)}$ であり, 直線 PQ と平行な $y=g(x)$ の接線の方程式は $y=\boxed{(80)(81)}\,x+c-\boxed{(82)}$ である.

(3) $S_2=\dfrac{64\sqrt{2}-64}{3}$ であるとき $c=\boxed{(83)(84)}$ であり, S_1 と S_2 の比は $S_1:S_2=\left(\boxed{(85)}+\sqrt{\boxed{(86)}}\right):1$ である.