

2013年度

慶應義塾大学入学試験問題

経済学部

数学

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いたり、裏返したりしてはいけません。
2. 数学の問題冊子は全部で12ページです。問題は3, 4, 5, 8, 9, 10ページに印刷してあります。試験開始の合図とともにすべてのページが揃っているか確認してください。ページが抜けていたり重複するページがあれば、直ちに監督者に申し出てください。
3. 解答用紙は、解答用紙A（マークシート）が1枚と、解答用紙Bが1枚です。問題の[1]から[3]は解答用紙A（マークシート）に、問題の[4]から[6]は解答用紙Bに解答してください。
4. 受験番号と氏名を、解答用紙A（マークシート）および解答用紙Bのそれぞれ所定の欄に必ず記入してください。さらに、解答用紙A（マークシート）には受験番号を忘れずにマークしてください。
5. 解答用紙A（マークシート）への記入に先立って、解答用紙A（マークシート）に記載された注意事項を読んでください。また、試験開始の合図があった後、問題冊子の2ページ目に記載された「解答用紙A（マークシート）の記入に関する注意事項」を必ず読んでください。
6. 問題冊子の余白および6, 7, 11, 12ページは、計算および下書きに用いてもかまいません。ただし、1ページ目には何も書いてはいけません。
7. 解答用紙Bの余白および裏面には何も書いてはいけません。
8. 数学の問題のうち、問題の[1]から[3]が最初に採点されます。問題の[4]から[6]は、数学の最初に採点される問題と英語の最初に採点される問題の得点が一定点に達した受験生についてのみ、採点されます。
9. 問題冊子は試験終了後必ず持ち帰ってください。

## 解答用紙 A (マークシート) の記入に関する注意事項

1. 問題の [1] から [3] の解答は、解答用紙 A (マークシート) の解答欄にマークしてください。

[例] 

|      |
|------|
| (11) |
|------|

|      |
|------|
| (12) |
|------|

 と表示のある問いに対して、「34」と解答する場合は、右の例のように解答欄 (11) の ③ と解答欄 (12) の ④ にマークしてください。

なお、解答欄にある 

|   |
|---|
| - |
|---|

 はマイナスの符号  $-$  を意味します。

| (11)                                                                                                   | (12)                                                                                             |                                                                                                        |   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| ① 0                                                                                                    | ① 0                                                                                              |                                                                                                        |   |
| ② 1                                                                                                    | ② 1                                                                                              |                                                                                                        |   |
| ③ 2                                                                                                    | ③ 2                                                                                              |                                                                                                        |   |
| ④ <div style="background-color: black; width: 10px; height: 10px; display: inline-block;"></div>       | ④ 3                                                                                              |                                                                                                        |   |
| ⑤ 4                                                                                                    | ⑤ <div style="background-color: black; width: 10px; height: 10px; display: inline-block;"></div> |                                                                                                        |   |
| ⑥ 5                                                                                                    | ⑥ 5                                                                                              |                                                                                                        |   |
| ⑦ 6                                                                                                    | ⑦ 6                                                                                              |                                                                                                        |   |
| ⑧ 7                                                                                                    | ⑧ 7                                                                                              |                                                                                                        |   |
| ⑨ 8                                                                                                    | ⑨ 8                                                                                              |                                                                                                        |   |
| ⑩ 9                                                                                                    | ⑩ 9                                                                                              |                                                                                                        |   |
| ⑪ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>-</td></tr></table> | -                                                                                                | ⑪ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>-</td></tr></table> | - |
| -                                                                                                      |                                                                                                  |                                                                                                        |   |
| -                                                                                                      |                                                                                                  |                                                                                                        |   |

2. 解答欄 (1), (2), ... の一つ一つは、それぞれ 0 から 9 までの数字、またはマイナスの符号  $-$  のいずれか一つに対応します。それらを (1), (2), ... で示された解答欄にマークしてください。

下の例のように、数字は右によせて表示し、マイナスの符号  $-$  は左端に置いてください。空のマスがあれば 0 を補ってください。解答が分数のときは、分母を正で、約分しきった形で解答してください。

[例]

$$3 \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$0 \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$3 \longrightarrow \frac{3}{1} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 3 \\ \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$-x \longrightarrow (-1)x \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline - & 1 \\ \hline \end{array} x$$

$$-\frac{4}{6} \longrightarrow \frac{-2}{3} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline - & 2 \\ \hline 0 & 3 \\ \hline \end{array}$$

[1] すべての実数  $x$  を定義域とする 3 次関数  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$  を考える.

(1)  $f(x)$  の極大値は  $\boxed{(1)}$  であり, 極小値は  $\boxed{(2)}\boxed{(3)}\boxed{(4)}$  である.

(2)  $f(x) = 0$  を満たすどの実数  $x$  よりも大きい整数のうちで, 最小のものは  $\boxed{(5)}$  である.

(3)  $r = \frac{5}{3}$  とおく.  $3^r$  よりも小さい整数のうちで, 最大のものは  $\boxed{(6)}$  である.

(4) 実数  $t$  が  $|t-1| \leq \frac{2}{3}$  を満たす範囲を動くとき,  $3^{3t} - 3^{2t+1} - 3^{t+2}$  は  $t = \frac{\boxed{(7)}}{\boxed{(8)}}$

で最小値をとり,  $t = \frac{\boxed{(9)}}{\boxed{(10)}}$  で最大値をとる.

- [2] 15 枚のカードがある．このうち 12 枚には 1, 2 枚には 5, 1 枚には 11 と，それぞれ表に印刷されている．このカードを裏返してよく混ぜた後に 1 枚ずつ順に 5 枚を取り出し，取り出したカードの表に印刷された 5 個の数字の合計を  $X$  とおく．また，残りの 10 枚に印刷された数字の合計を 2 で割った値を  $Y$  とおく．

(1) 最初に取り出した 1 枚のカードの数字の期待値は  $\frac{\boxed{(11)} \boxed{(12)}}{\boxed{(13)}}$  である．

(2)  $X < 6$  となる確率は  $\frac{\boxed{(14)} \boxed{(15)}}{\boxed{(16)} \boxed{(17)}}$  である．

(3)  $X < Y$  となる確率は  $\frac{\boxed{(18)} \boxed{(19)}}{\boxed{(20)} \boxed{(21)}}$  である．

(4)  $X$  の期待値と  $Y$  の期待値はともに  $\boxed{(22)} \boxed{(23)}$  に等しい．

- [3] 座標空間の原点  $O(0,0,0)$ , および 3 点  $A(1,0,0)$ ,  $B\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{3}{4}\right)$ ,  $C\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{1}{2}\right)$  を考える.

(1)  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{\boxed{(24)}}{\boxed{(25)}}$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{\boxed{(26)}}{\boxed{(27)}}$ ,  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{\boxed{(28)}}{\boxed{(29)}}$  である. ただし,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  はベクトル  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  の内積を表す.

- (2)  $\triangle OAB$  の面積を  $S_1$ ,  $\triangle ABC$  の面積を  $S_2$  とするとき,

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\boxed{(30)}}{\boxed{(31)}}$$

である.

- (3)  $\triangle OAB$  を含む平面を  $\alpha$  とする. 点  $C$  から平面  $\alpha$  へ下ろした垂線と  $\alpha$  の交点を  $H$  とするとき, 線分  $CH$  の長さは  $\frac{\boxed{(32)}}{\boxed{(33)}}$  である.

# 計 算 用 紙

計 算 用 紙

[4] (1) 不等式  $|x^2 - 4x| < x - 2$  を満たす実数  $x$  の値の範囲を求めよ.

(2) 等式  $|x^2 - 4x| = x + a$  を満たす実数  $x$  がちょうど2つ存在する実数  $a$  の値の範囲を求めよ.

(3) 等式  $|x^2 - 4x| = bx$  を満たす  $0$  でない実数  $x$  が存在する実数  $b$  の値の範囲を求めよ.

[5]  $a$  と  $d$  を正の実数とし,  $\{a_n\}$  を初項  $a$ , 公差  $d$  の等差数列とする.  $j$  と  $k$  を 1 以上の整数とし,  $b_n = (a_{n+j})^2 - (a_n)^2$  と  $c_n = (a_{n+k})^2 - (a_n)^2$  で数列  $\{b_n\}$  と数列  $\{c_n\}$  を定めるとき, これらは等差数列になる.

(1) 数列  $\{b_n\}$  の公差を  $d$  と  $j$  を用いて表せ.

(2) 数列  $\{b_n\}$  と数列  $\{c_n\}$  の公差がそれぞれ  $9kd$  と  $25jd$  のとき,  $k$  と  $j$  の比  $\frac{k}{j}$ , および  $d$  を求めよ.

[6] すべての実数  $x$  を定義域とする関数  $f(x) = |x^2 - 10x + 16|$  を考える.

(1) 定積分  $\int_0^4 f(x) dx$  を求めよ.

(2) 区間  $a \leq x \leq a+8$  における  $f(x)$  の最大値が 9 となる整数  $a$  を求めよ.

(3)  $k$  を実数とする.  $A$  は  $4 \leq x \leq 7$  を満たす実数  $x$  の集合,  $B$  は  $f(x) \leq k$  を満たす実数  $x$  の集合とする. このとき,  $A \subset B$  も  $A \subset \overline{B}$  も成り立たない  $k$  の値の範囲を求めよ. ただし  $\overline{B}$  は実数全体の集合における  $B$  の補集合とする.

計 算 用 紙

# 計 算 用 紙