

2013年度

慶應義塾大学入学試験問題

総合政策学部

数 学

注 意 事 項 1

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
2. この冊子は全部で12ページです。問題はⅠ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ、Ⅴです。試験開始後直ちに確認してください。
3. 問題冊子の2ページに「注意事項2」があります。試験開始後必ず読んでください。
4. 問題冊子は、試験終了後必ず持ち帰ってください。
5. 受験番号と氏名は、解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 解答用紙の「注意事項」を必ず読んでください。

注意事項 2

問題冊子に数字の入った $\square$ があります。それらの数字は解答用紙の解答欄の番号を表しています。対応する番号の解答欄の 0 から 9 までの数字または－ (マイナスの符号) をマークしてください。

問題 I、II、III、IV は解答欄の (1)～(52) を使って答えてください。

問題 V は、選択問題となっています。解答用紙の V-1 もしくは V-2 を黒く塗りつぶすことにより選択した問題を示してから解答してください。

問題 V-1 は解答欄の (101)～(112) を、問題 V-2 は解答欄の (201)～(214) を使って答えてください。選択しなかった問題に対応する解答欄には何もマークしないでください。

分数および分数式は約分した形で解答してください。ルート記号の中は平方因子を含まない形で解答してください。マイナスの符号は分母には使えません。 $\square$ が 2 個以上つながったとき、マイナスの符号および 0 の使い方は、つぎの例のようにしてください。

例

$$8 \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 8 \\ \hline \end{array}$$

$$-3 \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline - & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$-\frac{3}{9} \longrightarrow -\frac{1}{3} \longrightarrow \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline - & 1 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 3 \\ \hline \end{array}}$$

$$-\sqrt{24} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline - & 2 \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 6 \\ \hline \end{array}}$$

$$\frac{4a}{-2+2a} \longrightarrow \frac{-2a}{1-a} \longrightarrow \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline - & 2 \\ \hline \end{array} a}{1 - \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array} a}$$

I xy 平面上の点 $A(3, 1)$ と, x 軸上の点 B および直線 $y = x$ 上の点 C からなる $\triangle ABC$ 全体からなる集合を S とする. S に属する $\triangle ABC$ で, 周囲の長さ

$$AB + BC + CA$$

が最小になるのは

$$B \text{ の } x \text{ 座標} = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (1) & (2) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (3) & (4) \\ \hline \end{array}}, \quad C \text{ の } x \text{ 座標} = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (5) & (6) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (7) & (8) \\ \hline \end{array}}$$

のときであり, そのときの周囲の長さは

$$AB + BC + CA = \begin{array}{|c|c|} \hline (9) & (10) \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|c|} \hline (11) & (12) \\ \hline \end{array}}$$

である.

II 白玉 6 個と黒玉 4 個が入っている箱がある. この箱から, ひとつずつ玉を無作為に取り出すという抽出を 10 回行う. ただし, いったん取り出した玉は箱に戻さないものとする. k ($1 \leq k \leq 10$) 回の抽出の結果, y_k 個の白玉が取り出されたとする. このときの y_k と取り出された黒玉の個数 $k - y_k$ の差を $x_k = 2y_k - k$ とする. たとえば, 白, 黒, 白, 黒, 黒, 白, 白, 黒, 白, 白という順に玉が取り出された場合には

$$x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = -1, x_6 = 0, x_7 = 1, x_8 = 0, x_9 = 1, x_{10} = 2$$

となる. $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ をパスとよぶことにする.

パスの総数は $\boxed{(13)}\boxed{(14)}\boxed{(15)}$ 個である. 少なくともひとつの k に対して $x_k = 0$ となるようなパスの集合を G とする. G は, 最初に取り出した玉が黒であるパスの集合 B と白であるパスの集合 W に分けられる. B に属するパスの個数は $\boxed{(16)}\boxed{(17)}\boxed{(18)}$ 個であり, W に属するパスの個数は $\boxed{(19)}\boxed{(20)}\boxed{(21)}$ 個である. したがってすべての x_k が正となるパスの個数は $\boxed{(22)}\boxed{(23)}\boxed{(24)}$ 個となる.

(計算用)

III 工場 F で生産している製品 P は 2% が欠陥品である。ある検査方法 T を用いて各製品に対して「欠陥あり」「欠陥なし」の判定を下す。この検査方法 T では、欠陥品を対象に検査を行うと 0.95 の確率で「欠陥あり」と判定し、欠陥のない製品を対象にした場合に「欠陥なし」の判定を行う確率は 0.85 でしかない。

(1) 製品全体の中で、欠陥品であり、かつ検査結果が「欠陥あり」であるような製品の割合は

$$\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline (25) & (26) & (27) \\ \hline \end{array}}{1000}$$

である。

(2) 製品全体の中で、検査結果が「欠陥なし」であり、かつ欠陥のない製品の割合は

$$\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline (28) & (29) & (30) \\ \hline \end{array}}{1000}$$

である。

(3) いま、ある製品の検査結果が「欠陥あり」であったとする。このとき、この製品が実際に欠陥品である確率は

$$\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline (31) & (32) & (33) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline (34) & (35) & (36) \\ \hline \end{array}}$$

である。

IV

1 つぎの式を展開せよ.

$$\begin{aligned}
 & (\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{7})(\sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{7})(-\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}) \\
 &= \boxed{(37)(38)} + \boxed{(39)(40)}\sqrt{3} + \boxed{(41)(42)}\sqrt{5} + \boxed{(43)(44)}\sqrt{7}
 \end{aligned}$$

2 つぎの条件をみたすように, 空欄に 1~9 までの数字を入れて表を完成しなさい.

- 1) 太線で囲まれたどの 9 個の 3×3 のマスにも 1~9 までの数字がすべて現れる.
- 2) どの縦の列, どの横の列にも 1~9 までの数字がすべて現れる.
- 3) 灰色の 4 個の 3×3 のマスに 1~9 までの数字がすべて現れる.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	3	9							4
2				9				6	
3				3	1		5		9
4	2	7					9		
5	8				2	9			
6			9			7	3		
7			1	2	9	6		8	
8			5					9	
9	9	6					7		

たとえば, 横の列 1 と横の列 3 には 3 が入っており, また, 縦の列 G にも 3 が入っているから, マス I2 には 3 が入ることが分かる.

このようにして

$$\text{E9} = \boxed{(45)}, \text{F4} = \boxed{(46)}, \text{F8} = \boxed{(47)}, \text{G1} = \boxed{(48)}, \text{G7} = \boxed{(49)}, \text{G8} = \boxed{(50)}, \text{I5} = \boxed{(51)}, \text{I8} = \boxed{(52)}$$

などを得る.

(計算用)

V つぎの **1**, **2** のうち、いずれか 1 問を選択し答えなさい。 **1** を選択する場合、解答用紙の V-1 をマークし、 **2** を選択する場合、V-2 をマークしなさい。

1 空欄に入るもっとも適切な選択肢を選び、その番号を解答欄に答えなさい。

自然数 k, n に対して

$$f_k(n) = n(n+1)(n+2) \cdots (n+k-1)$$

とする。このとき

$$f_{k+1}(n) - f_{k+1}(n-1) = \left(\begin{array}{|c|c|} \hline (101) & (102) \\ \hline \end{array} \right) f_k(n) \quad (n \geq 2)$$

よって

$$\sum_{r=1}^n f_k(r) = \left(\begin{array}{|c|c|} \hline (103) & (104) \\ \hline \end{array} \right) f_{k+1}(n)$$

となる。これより

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + n(n+1) = \left(\begin{array}{|c|c|} \hline (105) & (106) \\ \hline \end{array} \right) n(n+1) \left(\begin{array}{|c|c|} \hline (107) & (108) \\ \hline \end{array} \right)$$

一般に

$$\sum_{r=1}^n r(r+1)(r+2) \cdots (r+k) = \left(\begin{array}{|c|c|} \hline (109) & (110) \\ \hline \end{array} \right) \frac{(n + \left(\begin{array}{|c|c|} \hline (111) & (112) \\ \hline \end{array} \right))!}{(n-1)!}$$

となる。

[選択肢]

(01) k

(02) $k+1$

(03) $k+2$

(04) $\frac{1}{k}$

(05) $\frac{1}{k+1}$

(06) $\frac{1}{k+2}$

(07) n

(08) $n+1$

(09) $n+2$

(10) $\frac{1}{n}$

(11) $\frac{1}{n+1}$

(12) $\frac{1}{n+2}$

(13) 1

(14) $\frac{1}{2}$

(15) $\frac{1}{3}$

2 回文とは、文または単語を横書きにし、左から読んだ場合と、右から読んだ場合が同じ文や単語になるときにいう。たとえば、日本文の「たけやぶやけた」「たったいまはとほまいたった」や英単語の「madam」「rotator」などが回文である。以下では文字として10進数の数字をあて、回文を考える。たとえば、1221や34543は回文である。つぎのプログラムは入力された数が回文であるかどうかを調べるプログラムである。入力された数の上位と下位の桁をひっくり返した数を作り、それがもとの数と一致するかどうかで回文かどうかを判断する。たとえば123331はひっくり返すと133321となり、もとの数と一致しないので、回文ではない。

プログラムの空欄に入るもっとも適切な選択肢を選び、その番号を解答欄に答えなさい。

```
100 INPUT A
110 LET B = 0
120 LET C = A
130 IF C = 0 THEN GOTO (201)(202)
140 LET D = (203)(204)
150 LET C = C - (205)(206)
160 LET B = (207)(208)
170 LET B = B + C
180 LET C = (209)(210)
190 GOTO (211)(212)
200 IF (213)(214) = B THEN GOTO 230
210 PRINT A; "は回文ではありません"
220 GOTO 240
230 PRINT A; "は回文です"
240 END
```

[選択肢]

(10) 100

(11) 110

(12) 120

(13) 130

(14) 140

(15) 150

(16) 160

(17) 170

(18) 180

(19) 190

(20) 200

(21) 210

(22) 220

(23) 230

(24) 240

(25) A

(26) B

(27) C

(28) D

(29) $A + 10$

(30) $B + 10$

(31) $C + 10$

(32) $D + 10$

(33) $A - 10$

(34) $B - 10$

(35) $C - 10$

(36) $D - 10$

(37) $A * 10$

(38) $B * 10$

(39) $C * 10$

(40) $D * 10$

(41) $\text{INT}(A / 10)$

(42) $\text{INT}(B / 10)$

(43) $\text{INT}(C / 10)$

(44) $\text{INT}(D / 10)$

(計算用)