# 2011年度

## 慶應義塾大学入学試験問題

## 薬学部

# 数学

注意
1. マークシートの所定の欄に氏名と受験番号を記入し，受験番号をマークしなさい．
2. マークシートのマークの仕方は，試験開始後，2ページの「マークシートの解答上の注意」に従いなさい．
3. マークシートへのマークはHBの黒鉛筆を使用しなさい．
4. マークシートの指定された場所以外には，いっさい記入してはいけません．
5. 問題冊子の余白は，下書き用に使用してもかまいません．
6. この冊子は全部で15ページです．5～12ページは計算用紙になっています．試験開始直後，総ページ数および落丁の有無などを確認し，不備がある場合はすぐに手を上げて監督者に知らせてください．
7. 問題冊子は必ず持ち帰ってください．

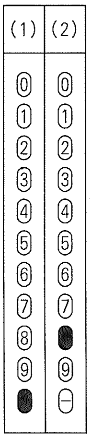
《 指示があるまで開かないこと 》

# マークシートの解答上の注意

問題文中の $\boxed{(1)(2)}$ ，$\boxed{(3)}$ などの $\boxed{\phantom{00}}$ には，特に指示のないかぎり，数値またはマイナス符号(−)が入ります．これらを次の方法でマークシートの指定欄に解答しなさい．

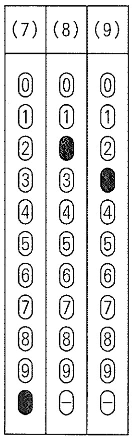
(i) (1)，(2)，(3)・・・のひとつひとつは，それぞれ0から9までの数字，またはマイナス符号(−)のいずれかに対応します．それらを(1)，(2)，(3)・・・で示された解答欄の該当する箇所にマークしなさい．

［例］ $\boxed{(1)(2)}$ に −8 と答えるとき，



(ii) 分数で解答が求められているときは，既約分数で答えなさい．答が負の場合はマイナス符号(−)は分子に付けなさい．分母に付けてはいけません．

［例］ $\dfrac{\boxed{(7)(8)}}{\boxed{(9)}}$ に $-\dfrac{2}{3}$ と答えるとき，



〔Ⅰ〕以下の問の $\boxed{(1)}$ ～ $\boxed{(33)}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(−)をマークしなさい．

(1) $x$ の整式 $f(x)$，$g(x)$ について，次の 2 つの恒等式が成り立つ．

$$(x+2)f(x^2) = x^2\{f(x)+7\} - 3x - 6$$
$$g(x) = f(2x)(x^2+3) - 4x + 9$$

(i) $f(10)$ の値は $\boxed{(1)(2)}$ である．

(ii) $g(x)$ を $x+\sqrt{2}$ で割るときの余りは $\boxed{(3)(4)} - \boxed{(5)(6)}\sqrt{\boxed{(7)}}$ である．

(2) $x>0$，$y>0$，$z>0$ であり，$xyz^3 = 1000$，$x^2yz = 10$ が成り立つとき，$L = (\log_{10} y)(\log_{10} x + 6)$ とおく．

(i) $L = -40$ のとき，$z$ の値は $10^{\boxed{(8)(9)}}$ または $10^{\boxed{(10)}}$ である．

(ii) $L$ の最大値は $\dfrac{\boxed{(11)(12)}}{\boxed{(13)}}$ である．

(3) 直線 ① と 2 つの放物線 ②，③ がある．

$y = x + m$ （$m$ は定数）………… ①
$y = x^2 + 12x + 20$ ……………… ②
$y = -x^2 + 14x - 40$ …………… ③

① と ② が異なる 2 点で交わり，① と ③ も異なる 2 点で交わるとき，

(i) $m$ の値の範囲は，$\dfrac{\boxed{(14)(15)(16)}}{\boxed{(17)}} < m < \dfrac{\boxed{(18)}}{\boxed{(19)}}$ である．

(ii) ① と ② で囲まれた部分の面積を $S_1$ とし，① と ③ で囲まれた部分の面積を $S_2$ とする．$S_1$ と $S_2$ が等しいとき，

$$S_1 = S_2 = \frac{\boxed{(20)(21)(22)}}{\boxed{(23)}}$$ である．

(4) $xy$ 平面上で，不等式 $x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$x + y \leqq \dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{1}{2} \leqq \sin(x + y) \leqq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を同時に満たす点 $(x,\ y)$ 全体の集合を領域 $D$ とする．

(i) 領域 $D$ の面積は $\dfrac{\pi^{\boxed{(24)}}}{\boxed{(25)(26)}}$ である．

(ii) 点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ が領域 $D$ の中を動くとき，

$3\sin^2\left(\dfrac{x}{2} + y\right) + \cos^2\left(\dfrac{x}{2} + y\right) + \sqrt{3}\sin(x + 2y) + 2$ の最大値は $\boxed{(27)}$，最小値は $\boxed{(28)}$ である．

(5) 数列 $\{a_n\}$ $\dfrac{1}{8}$，$\dfrac{1}{8}$，$\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{8}$，$\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{8}$，$\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{2}$，1，$\dfrac{1}{8}$，$\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{2}$，1，2，…… がある．
この数列 $\{a_n\}$ を初めから 1 個，2 個，3 個，…… と下記のように区画に分ける．

$$\frac{1}{8}\ \Big|\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{4}\ \Big|\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{2}\ \Big|\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{2},\ 1\ \Big|\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{2},\ 1,\ 2\ \Big|\ \cdots\cdots$$

このとき，初めから第 $k$ 番目の区画は，初項 $\dfrac{1}{8}$，公比 2 の等比数列の初項から第 $k$ 項までの数列である．ただし $k = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$ とする．

(i) $a_n = 2^{30}$ となる最小の $n$ の値は $\boxed{(29)(30)(31)}$ である．

(ii) 数列 $\{a_n\}$ の第135項は $2^{\boxed{(32)(33)}}$ である．

（計　算　用　紙）

（計　算　用　紙）

（計　算　用　紙）

（計　算　用　紙）

（計　算　用　紙）

（計　算　用　紙）

（計　算　用　紙）

（計　算　用　紙）

〔II〕以下の問の $\boxed{(34)}$ ～ $\boxed{(51)}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(−)をマークしなさい．

$xy$ 平面上に，円 $(x-1)^2+(y-1)^2=4$ と，その円上を動く点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ がある．
$x+y=t$ とおくとき，

(1) $t$ のとりうる値の範囲は，$\boxed{(34)}-\boxed{(35)}\sqrt{\boxed{(36)}} \leqq t \leqq \boxed{(37)}+\boxed{(38)}\sqrt{\boxed{(39)}}$ である．

(2) $xy$ を $t$ の式で表すと，$xy=\dfrac{\boxed{(40)}}{\boxed{(41)}}t^2-\boxed{(42)}\,t-\boxed{(43)}$ である．

(3) $x^3+y^3$ のとりうる値の範囲は，
$\boxed{(44)(45)}-\boxed{(46)}\sqrt{\boxed{(47)}} \leqq x^3+y^3 \leqq \boxed{(48)(49)}+\boxed{(50)}\sqrt{\boxed{(51)}}$ である．

〔Ⅲ〕以下の問の $\boxed{(52)}$ ～ $\boxed{(65)}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(－)をマークしなさい．

「3個のさいころを同時に投げる」試行をTとおき，試行Tにおいて，「3個のさいころの目の和が，6，9，12のいずれかである」事象を $A$ とおく．試行Tを $n$ 回繰り返し行うとき，事象 $A$ が奇数回起こる確率を $p_n$，偶数回（0回も含む）起こる確率を $q_n$ とする．ただし，$n$ は正の整数である．

(1) 試行Tを1回行うとき，事象 $A$ が起こる確率は $\dfrac{\boxed{(52)}}{\boxed{(53)(54)}}$ である．

(2) $p_2 = \dfrac{\boxed{(55)(56)}}{\boxed{(57)(58)(59)}}$，$q_2 = \dfrac{\boxed{(60)(61)}}{\boxed{(62)(63)(64)}}$ である．

(3) $p_n > 0.4995$ となる最小の $n$ の値は $\boxed{(65)}$ である．
ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする．

〔IV〕 以下の問の $\boxed{(66)}$ ～ $\boxed{(90)}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(−)をマークしなさい.

点Oを中心とする扇形OABがあり，$\mathrm{OA}=\mathrm{OB}=3$，$\angle\mathrm{AOB}=60^\circ$ である.

線分OB上に $\mathrm{OC}=2$ である点Cをとる．弧AB上（A，Bを除く）に点Pをとり，線分OPと線分ACの交点をQとする．また，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおく.

(1) $\mathrm{AQ}:\mathrm{QC}=3:1$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{\sqrt{\boxed{(66)}}}{\boxed{(67)}}\vec{a}+\dfrac{\boxed{(68)}\sqrt{\boxed{(69)}}}{\boxed{(70)}}\vec{c}$ である.

(2) $\left|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\right|$ が最小のとき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\dfrac{\boxed{(71)}}{\boxed{(72)}}\vec{a}+\dfrac{\boxed{(73)}}{\boxed{(74)}}\vec{c}$，

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{\sqrt{\boxed{(75)(76)}}}{\boxed{(77)(78)}}\vec{a}+\dfrac{\boxed{(79)}\sqrt{\boxed{(80)(81)}}}{\boxed{(82)}}\vec{c}$ である.

(3) $\triangle\mathrm{OAP}$ の面積が $\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$ のとき，$\left|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\right|=\dfrac{\boxed{(83)(84)(85)}}{\boxed{(86)}}+\dfrac{\boxed{(87)}\sqrt{\boxed{(88)(89)}}}{\boxed{(90)}}$ である.