

2011年度

慶應義塾大学入学試験問題

環境情報学部

数 学

注意事項1

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
2. この冊子は全部で12ページです。問題はI、II、III、IV、Vです。試験開始後直ちに確認してください。
3. 問題冊子の2ページに「注意事項2」があります。試験開始後必ず読んでください。
4. 問題冊子は、試験終了後必ず持ち帰ってください。
5. 受験番号と氏名は、解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 解答用紙の「注意事項」を必ず読んでください。

注 意 事 項 2

問題冊子に数字の入った $\square$ があります。それらの数字は解答用紙の解答欄の番号を表しています。対応する番号の解答欄の 0 から 9 までの数字または－ (マイナスの符号) をマークしてください。

問題 I、II、III、IV は解答欄の (1)～(41) を使って答えてください。

問題 V は、選択問題となっています。解答用紙の V-1 もしくは V-2 を黒く塗りつぶすことにより選択した問題を示してから解答してください。

問題 V-1 は解答欄の (101)～(107) を、問題 V-2 は解答欄の (201)～(214) を使って答えてください。選択しなかった問題に対応する解答欄には何もマークしないでください。

分数および分数式は約分した形で解答してください。マイナスの符号は分母には使えません。

$\square$ が 2 個以上つながったとき、マイナスの符号および 0 の使い方は、つぎの例のようにしてください。

例

$$\begin{aligned}
 8 &\rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 8 \\ \hline \end{array} \\
 -3 &\rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline - & 3 \\ \hline \end{array} \\
 -\frac{3}{9} &\rightarrow -\frac{1}{3} \rightarrow \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline - & 1 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 3 \\ \hline \end{array}} \\
 \frac{4a}{-2+2a} &\rightarrow \frac{-2a}{1-a} \rightarrow \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline - & 2 \\ \hline \end{array} a}{1 - \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array} a}
 \end{aligned}$$

I

- (1) 関数 $\frac{1}{4} \cos 3\theta$ を $x = \cos \theta$ に関する多項式で表すと

$$\boxed{(1)} x^3 - \frac{\boxed{(2)}}{\boxed{(3)}} x$$

となる. この多項式を $f(x)$ とすると, $|f(x)|$ の $-1 \leq x \leq 1$ での最大値は $\frac{\boxed{(4)}}{\boxed{(5)}}$ である.

- (2) x, y, z を自然数とし

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$$

をみたす解 (x, y, z) を数える. (a, b, c) が解のとき, (a', b, c) ($a' > a$) となる解を (a, b, c) の子という. 同様に (a, b', c) ($b' > b$) となる解と (a, b, c') ($c' > c$) となる解も (a, b, c) の子である. たとえば解 $(2, 5, 1)$ に対して解 $(\boxed{(6)}\boxed{(7)}, 5, 1)$ と解 $(2, 5, \boxed{(8)}\boxed{(9)})$ はその子である. $(1, 1, 1)$ を第1世代とし, その子を第2世代とする. 一般に第 n 世代の子を第 $n+1$ 世代とする. 第7世代の解の個数は $\boxed{(10)}\boxed{(11)}\boxed{(12)}$ である.

II 2つの企業A, Bは同じ飲料を生産し販売している. 両企業とも x リットルを生産するのにかかる費用は cx ($c > 0$) とする. また企業Aが x リットル販売し, 企業Bが y リットル販売するときの1リットルあたりの価格は $p = a - b(x + y)$ とする. ただし $a > c > 0, b > 0, x \geq 0, y \geq 0$ とし, $x + y \geq \frac{a}{b}$ のときは $p = 0$ とする.

解答欄には選択肢から空欄に入れるもっとも適切なものを選び, その番号を答えなさい.

(1) 企業Bは企業Aが x リットル生産するものと仮定して利益 $py - cy$ を最大にするように y を決める. $x > \frac{a-c}{b}$ のとき, $y = \boxed{(13)}\boxed{(14)}$ であり, $x \leq \frac{a-c}{b}$ のとき, $y = \boxed{(15)}\boxed{(16)}$ である.

(2) 企業Aは企業Bが(1)のような販売戦略をとることを知った. その上で利益 $px - cx$ を最大にするように x を決めると x は $\boxed{(17)}\boxed{(18)}$ である.

(3) (1), (2) の状況下で価格 p は $\boxed{(19)}\boxed{(20)}$ となる.

[選択肢]

(01) 0

(04) $\frac{a+bx+c}{2b}$

(07) $\frac{b-a}{2b}$

(10) $\frac{a+c}{4}$

(13) $\frac{2a+c}{4}$

(02) 1

(05) $\frac{a+bx-c}{2b}$

(08) $\frac{a-c}{2b}$

(11) $\frac{a+2c}{4}$

(14) $\frac{3a+c}{4}$

(03) 2

(06) $\frac{a-bx-c}{2b}$

(09) $\frac{c-b}{2b}$

(12) $\frac{a+3c}{4}$

(15) $\frac{a+c}{2}$

(計算用)

III 座標平面で x 軸上の 2 点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ をとり, k を 0 でない実数とする. 直線 $y = k(x + 2)$ と放物線 $y = x^2 - 1$ が異なる 2 点で交わるとし, その異なる交点を x 座標の小さい順に C, D とする. 直線 AC と直線 BD の交点の座標を (p, q) とすれば

$$q = \boxed{\begin{smallmatrix} (21) \\ (22) \end{smallmatrix}} p + \boxed{\begin{smallmatrix} (23) \\ (24) \end{smallmatrix}}$$

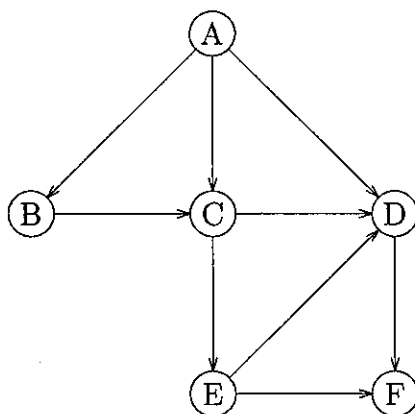
である. また p の取りうる範囲は

$$\boxed{\begin{smallmatrix} (25) \\ (26) \end{smallmatrix}} + \sqrt{\boxed{\begin{smallmatrix} (27) \\ (28) \end{smallmatrix}}} < p < 0, \quad 0 < p < \boxed{\begin{smallmatrix} (29) \\ (30) \end{smallmatrix}}$$

である.

(計算用)

IV A, B, C, D, E, Fの6都市がありAからFへ物資Xが移送される。ただし移送経路は下図のようになっており、2つの都市間の移送時間と移送率は下表のようになっている。時刻 t は1時間刻みとし t は整数とする。例えば「区間A→B 時間2 率 $\frac{1}{6}$ 」は、Aにある物資Xの $\frac{1}{6}$ の量が直ちにBに移送が開始され、2時間後にBに移送されることを意味する。またCから始まる区間が「C→D」と「C→E」とあることは、Cに移送された物資Xが直ちにD, Eに移送されることを意味する。



区間	時間	率	区間	時間	率	区間	時間	率
A → B	2	$\frac{1}{6}$	B → C	1	1	D → F	1	1
A → C	1	$\frac{1}{2}$	C → D	1	$\frac{1}{2}$	E → D	2	$\frac{2}{3}$
A → D	2	$\frac{1}{3}$	C → E	1	$\frac{1}{2}$	E → F	1	$\frac{1}{3}$

時刻 $t = 0$ に90トンの物資XがAからFへ移送が開始された。ただし移送する前には物資XはFに存在しないとする。時刻 t でFに存在する物資Xの量を $f(t)$ トンとするとつぎのようになる。

$$f(t) = \begin{cases} \boxed{(31)}\boxed{(32)} & (0 \leq t < \boxed{(33)}) \\ \boxed{(34)}\boxed{(35)} & (\boxed{(33)} \leq t < \boxed{(36)}) \\ \boxed{(37)}\boxed{(38)} & (\boxed{(36)} \leq t < \boxed{(39)}) \\ \boxed{(40)}\boxed{(41)} & (t \geq \boxed{(39)}) \end{cases}$$

V つぎの **1**, **2** のうち, いずれか1問を選択し答えなさい. **1** を選択する場合, 解答用紙の V-1 をマークし, **2** を選択する場合, V-2 をマークしなさい.

1 $S_0(x) = x(1+x+x^2)$, $S_{k+1}(x) = x \frac{d}{dx} S_k(x)$ ($k = 0, 1, 2$) とする. ここで $\frac{d}{dx} S_k(x)$ は $S_k(x)$ の導関数である. このとき

$$S_3(x) = \boxed{}_{(101)} x + \boxed{}_{(102)} x^2 + \boxed{}_{(103)} \boxed{}_{(104)} x^3$$

である. また

$$\sum_{r=1}^3 r(r+1)(r+2)x^r = \boxed{}_{(105)} S_1(x) + \boxed{}_{(106)} S_2(x) + \boxed{}_{(107)} S_3(x)$$

と書ける.

2 差が2である素数の組を双子素数とよぶ。たとえば, 3と5, 5と7, 11と13などが双子素数である。つぎのプログラムは, 1000未満の双子素数(両方の素数が1000未満)を求めるプログラムである。

解答欄には選択肢から空欄に入れるもっとも適切なものを選び, その番号を答えなさい。

```
100 LET P = 3
110 LET Q = 

|       |       |
|-------|-------|
| (201) | (202) |
|-------|-------|


120 IF Q >= 1000 THEN GOTO 220
130 LET R = 

|       |       |
|-------|-------|
| (203) | (204) |
|-------|-------|


140 IF R >= P THEN GOTO 

|       |       |
|-------|-------|
| (205) | (206) |
|-------|-------|


150 IF INT(P / R) * R = P THEN GOTO 200
160 IF INT(Q / R) * R = Q THEN GOTO 200
170 LET R = 

|       |       |
|-------|-------|
| (207) | (208) |
|-------|-------|


180 GOTO 

|       |       |
|-------|-------|
| (209) | (210) |
|-------|-------|


190 PRINT P, Q
200 LET P = 

|       |       |
|-------|-------|
| (211) | (212) |
|-------|-------|


210 GOTO 

|       |       |
|-------|-------|
| (213) | (214) |
|-------|-------|


220 END
```

[選択肢]

(01) P

(02) Q

(03) R

(04) 1

(05) 2

(06) 3

(07) $P + 2$

(08) $Q + 2$

(09) $R + 2$

(10) 100

(11) 110

(12) 120

(13) 130

(14) 140

(15) 150

(16) 160

(17) 170

(18) 180

(19) 190

(20) 200

(21) 210

(22) 220

(23) 230

(24) 240

(計算用)