数 問

数　　学

平成30年度(前期)

注　　意

1. 「解答はじめ」というまで開いてはいけない。
2. 問題は1冊（本文2ページ，白紙2枚），解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので引き抜いて下書き用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入すること。

　(例)　受験番号50001番の場合 ⟶ | 5 | 0 | 0 | 0 | 1 |

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所に書くと無効になることがある。
5. 書き損じても，代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後，問題冊子と白紙は持ち帰ること。

$\boxed{1}$ 正の整数 n の各位の数の和を $S(n)$ で表す。たとえば

$$S(3) = 3, \quad S(10) = 1 + 0 = 1, \quad S(516) = 5 + 1 + 6 = 12$$

である。

(1) $n \geqq 10000$ のとき，不等式 $n > 30S(n) + 2018$ を示せ。

(2) $n = 30S(n) + 2018$ を満たす n を求めよ。

$\boxed{2}$ $-1 \leqq t \leqq 1$ とし，曲線 $y = \dfrac{x^2-1}{2}$ 上の点 $\left(t,\ \dfrac{t^2-1}{2}\right)$ における接線を l とする。半円 $x^2 + y^2 = 1$ $(y \leqq 0)$ と l で囲まれた部分の面積を S とする。S のとりうる値の範囲を求めよ。

$\boxed{3}$ 3個のさいころを投げる。

(1) 出た目の積が 6 となる確率を求めよ。

(2) 出た目の積が k となる確率が $\dfrac{1}{36}$ であるような k をすべて求めよ。

$\boxed{4}$　p，q を正の実数とする。原点を O とする座標空間内の 3 点 P(p，0，0)，Q(0，q，0)，R(0，0，1) は $\angle \mathrm{PRQ} = \dfrac{\pi}{6}$ を満たす。四面体 OPQR の体積の最大値を求めよ。

$\boxed{5}$　a を実数とし，$f(x) = x - x^3$，$g(x) = a(x - x^2)$ とする。2 つの曲線 $y = f(x)$，$y = g(x)$ は $0 < x < 1$ の範囲に共有点を持つ。

(1)　a のとりうる値の範囲を求めよ。

(2)　$y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた 2 つの部分の面積が等しくなるような a の値を求めよ。