$\boxed{\text{数}}$ 問

数　　学

平成 28 年度(前期)

注　　意

1. 「解答はじめ」というまで開いてはいけない。
2. 問題は1冊（本文2ページ，白紙2枚），解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので引き抜いて下書き用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入すること。

　(例)　受験番号 50001 番の場合 ⟶ | 5 | 0 | 0 | 0 | 1 |

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所に書くと無効になることがある。
5. 書き損じても，代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後，問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1　$6 \cdot 3^{3x} + 1 = 7 \cdot 5^{2x}$ を満たす0以上の整数 x をすべて求めよ。

2　θ を実数とし，数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad a_2 = \cos\theta, \quad a_{n+2} = \frac{3}{2}a_{n+1} - a_n \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

により定める。すべての n について $a_n = \cos(n-1)\theta$ が成り立つとき，$\cos\theta$ を求めよ。

3　硬貨が2枚ある。最初は2枚とも表の状態で置かれている。次の操作を n 回行ったあと，硬貨が2枚とも裏になっている確率を求めよ。

［操作］ 2枚とも表，または2枚とも裏のときには，2枚の硬貨両方を投げる。
表と裏が1枚ずつのときには，表になっている硬貨だけを投げる。

4　a を実数とし，$f(x) = x^3 - 3ax$ とする。区間 $-1 \leqq x \leqq 1$ における $|f(x)|$ の最大値を M とする。M の最小値とそのときの a の値を求めよ。

5 次の［Ⅰ］，［Ⅱ］のいずれか一方を選択して解答せよ。なお，解答用紙の所定の欄にどちらを選択したかを記入すること。

［Ⅰ］ 平面上の2つのベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は零ベクトルではなく，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角度は60°である。このとき

$$r = \frac{\left|\vec{a} + 2\vec{b}\right|}{\left|2\vec{a} + \vec{b}\right|}$$

のとりうる値の範囲を求めよ。

［Ⅱ］ x は0以上の整数である。次の表は2つの科目XとYの試験を受けた5人の得点をまとめたものである。

	①	②	③	④	⑤
科目Xの得点	x	6	4	7	4
科目Yの得点	9	7	5	10	9

(1) $2n$ 個の実数 $a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n,\ b_1,\ b_2,\ \cdots,\ b_n$ について，
$a = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k,\ \ b = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{k=1}^{n} b_k$ とすると，

$$\sum_{k=1}^{n}(a_k - a)(b_k - b) = \sum_{k=1}^{n} a_k b_k - nab$$

が成り立つことを示せ。

(2) 科目Xの得点と科目Yの得点の相関係数 r_{XY} を x で表せ。

(3) x の値を2増やして r_{XY} を計算しても値は同じであった。
このとき，r_{XY} の値を四捨五入して小数第1位まで求めよ。