数 問

数　　　学

平成 26 年度(前期)

注　　　意

1. 「解答はじめ」というまで開いてはいけない。
2. 問題は 1 冊（本文 2 ページ，白紙 2 枚），解答用紙は 3 枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので引き抜いて下書き用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入すること。

　（例）　受験番号 50001 番の場合 ⟶

5	0	0	0	1

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所に書くと無効になることがある。
5. 書き損じても，代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後，問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1　$a-b-8$ と $b-c-8$ が素数となるような素数の組 (a, b, c) をすべて求めよ。

2　$0<t<1$ とし，放物線 $C: y=x^2$ 上の点 (t, t^2) における接線を l とする。C と l と x 軸で囲まれる部分の面積を S_1 とし，C と l と直線 $x=1$ で囲まれる部分の面積を S_2 とする。S_1+S_2 の最小値を求めよ。

3　円 $C: x^2+y^2=1$ 上の点 P における接線を l とする。点 $(1, 0)$ を通り l と平行な直線を m とする。直線 m と円 C の $(1, 0)$ 以外の共有点を P$'$ とする。ただし，m が直線 $x=1$ のときは P$'$ を $(1, 0)$ とする。

円 C 上の点 $\mathrm{P}(s, t)$ から点 $\mathrm{P}'(s', t')$ を得る上記の操作を T と呼ぶ。

(1)　s', t' をそれぞれ s と t の多項式として表せ。

(2)　点 P に操作 T を n 回繰り返して得られる点を P_n とおく。P が $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$ のとき，P_1, P_2, P_3 を図示せよ。

(3)　正の整数 n について，$\mathrm{P}_n=\mathrm{P}$ となるような点 P の個数を求めよ。

4 半径 1 の球が直円錐に内接している。この直円錐の底面の半径を r とし，表面積を S とする。

(1) S を r を用いて表せ。

(2) S の最小値を求めよ。

5 数直線上の点Pを次の規則で移動させる。一枚の硬貨を投げて，表が出ればPを $+1$ だけ移動させ，裏が出ればPを原点に関して対称な点に移動させる。Pは初め原点にあるとし，硬貨を n 回投げた後のPの座標を a_n とする。

(1) $a_3 = 0$ となる確率を求めよ。

(2) $a_4 = 1$ となる確率を求めよ。

(3) $n \geqq 3$ のとき，$a_n = n - 3$ となる確率を n を用いて表せ。