数 問

数　　　　学

24 年 度(前期)

注　　意

1. 「解答はじめ」というまで開いてはいけない。
2. 問題は1冊（本文2ページ，白紙2枚），解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので引き抜いて下書き用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入すること。

　(例)　受験番号 50001 番の場合 ⟶ | 5 | 0 | 0 | 0 | 1 |

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所に書くと無効になることがある。
5. 書き損じても，代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後，問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1 1つの角が120°の三角形がある。この三角形の3辺の長さ x, y, z は $x < y < z$ を満たす整数である。

(1) $x + y - z = 2$ を満たす x, y, z の組をすべて求めよ。

(2) $x + y - z = 3$ を満たす x, y, z の組をすべて求めよ。

(3) a, b を0以上の整数とする。$x + y - z = 2^a 3^b$ を満たす x, y, z の組の個数を a と b の式で表せ。

2 a を0以上の定数とする。関数 $y = x^3 - 3a^2x$ のグラフと方程式 $|x| + |y| = 2$ で表される図形の共有点の個数を求めよ。

3 定数 a, b, c, d に対して，平面上の点 (p, q) を点 $(ap + bq, cp + dq)$ に移す操作を考える。ただし，$(a, b, c, d) \neq (1, 0, 0, 1)$ である。k を0でない定数とする。放物線 $C : y = x^2 - x + k$ 上のすべての点は，この操作によって C 上に移る。

(1) a, b, c, d を求めよ。

(2) C 上の点Aにおける C の接線と，点Aをこの操作によって移した点A′における C の接線は，原点で直交する。このときの k の値および点Aの座標をすべて求めよ。

4 xyz 空間内の平面 $z=2$ 上に点Pがあり，平面 $z=1$ 上に点Qがある。直線PQと xy 平面の交点をRとする。

(1) P$(0,0,2)$とする。点Qが平面 $z=1$ 上で点$(0,0,1)$を中心とする半径1の円周上を動くとき，点Rの軌跡の方程式を求めよ。

(2) 平面 $z=1$ 上に4点A$(1,1,1)$，B$(1,-1,1)$，C$(-1,-1,1)$，D$(-1,1,1)$をとる。点Pが平面 $z=2$ 上で点$(0,0,2)$を中心とする半径1の円周上を動き，点Qが正方形ABCDの周上を動くとき，点Rが動きうる領域を xy 平面上に図示し，その面積を求めよ。

5 最初に1の目が上面にあるようにサイコロが置かれている。その後，4つの側面から1つの面を無作為に選び，その面が上面になるように置き直す操作を n 回繰り返す。なお，サイコロの向かい合う面の目の数の和は7である。

(1) 最後に1の目が上面にある確率を求めよ。

(2) 最後に上面にある目の数の期待値を求めよ。